大阪大学

大学院情報科学研究科

情報基礎数学専攻

2027

大阪大学 大学院情報科学研究科

情報基礎数学専攻

2027

CONTENTS

ようこそ情報基礎数学専攻へ

数学 × 情報

情報基礎数学専攻では、最先端の数学を深化させ、それを基礎として情報科学をはじめとした科学の新しい分野を切り拓くことを目指して研究を進めています。

本専攻は、教授定員６名、准教授定員６名、博士前期課程定員が各学年12名、博士後期課程定員が各学年５名の小さい専攻ですが、それだけに学生と教員の距離が小さく、充実した研究指導を受けることができます。研究分野は様々で、数学の基礎研究から応用研究まで幅広く研究されています。快適な環境の中で、教員も学生ものびのびと研究生活を送っています。

緑が多く広々とした吹田キャンパスは、大学院、研究所、附属病院が多く、静かで落ち着いた雰囲気です。情報科学研究科の敷地内には、コンビニや食堂、レストランが併設されており、研究交流や共同研究および研究集会の際にも便利です。

本専攻は、2002年に情報科学研究科が発足した時、理学研究科数学専攻を母体として設立されました。以来、理学研究科数学専攻とは、学部教育、４年生セミナーなどにおいて、密接な協力関係を保っています。

本専攻の多くの大学院生は、学部教育からの発展として、数学の基礎研究に取り組んでいます。一方、情報科学研究科でのイベントに参加すると、大きく進化していく情報システム、情報通信、社会実装などの研究紹介から、社会の未来像と変化のダイナミクスが感じられます。数学的知識と思考力を基に、情報科学を通して社会課題を解決したい方にも適した環境です。

本専攻では、研究の理想郷を目指して、研究・教育・運営業務の改善が重ねられて来ました。国際競争には、研究に十分な時間を取って業績を上げていくことが必須です。満足感と誇りをもって研究に打ち込める環境の整備を進めています。

大学院博士前期課程入学後は、各指導教員の下で研究を進めていきます。１年後に中間発表会が開催され、２年後に審査会が開催されます。これらを通じて、自身の研究とその意義を分かり易く伝える能力が鍛え上げられます。学部卒業時から飛躍的に進化する点の一つです。博士後期課程に進む方は、更に3年を費やして独立した研究者として成長していきます。早くに業績を上げて短期で修了する方もいます。

本専攻での学位は、「理学」、「情報科学」、「工学」から選ぶことができます。数学科を卒業して、数学の基礎研究を続けた場合は「理学」が一般的です。

本専攻の修了生は、大学等の研究機関における研究者をはじめ、ＩＴ、製造業、金融、保険、教育など幅広い分野で活躍しています。情報科学系出身者に対する良好な就職環境の中で、関連する数学的基礎知識と思考力は、本専攻出身者の強みです。

数学的思考力は、すぐに役立たなくとも、長く役立ちます。微分幾何学の相対論への応用、整数論の情報通信への応用、確率微分方程式の金融への応用など、数学は一旦応用されると社会を変革する力を有しています。学部ではほぼ完成された数学を学びますが、大学院では「今まさにここで」数学が出来上がっていく生の研究現場と、未来への心躍る期待感を、研究者と一緒に感じてもらいたいと思います。興味深いことに、一つが分かると分からないことが複数生まれるはずです。まだ知られていない知らないことがあることを知るでしょう。

皆さんと一緒に研究することができる日々を心より楽しみにしています。

大阪大学大学院情報科学研究科
情報基礎数学専攻
専攻長　**中村 誠**

情報科学研究科C棟

図書室

談話コーナー

院生室

コンピューター室

講義室

幾何解析学講座

一般相対性理論における一様等方時空のような幾何学的時空において、非線形偏微分方程式論を展開する。空間の曲率・膨張・収縮が、方程式の解に及ぼす効果を、理論的に解明することを目指す。また、多様体の位相構造と微分構造の解明に取り組む。

教授
中村　誠
Nakamura Makoto

北海道大学大学院にて博士号取得、東北大学と山形大学に勤務後、大阪大学着任。専門は、数理物理学に現れる非線形偏微分方程式。高校生の時は、物理学の研究に関心があったが、大学入学後に、数学の論理性と厳密性に惹かれて数学科を選択。代数学と数学基礎論に関心がありつつも、物理現象の時間発展を数学的に解析できる偏微分方程式論を選択。

専門概要

主な研究対象は非線形の偏微分方程式です。ニュートンの運動方程式は、時間変数という一つの独立変数を持つ微分方程式ですが、時間変数と空間変数という多変数の独立変数を持つ微分方程式が偏微分方程式です。自然現象に現れる様々な相互作用を表す非線形項を追加して偏微分方程式を考察しています。非線形項を追加することによって、方程式の解が永遠に存在するか、あるいは途中の時刻で存在しなくなるかは一般に自明でなく、重要な解析対象になります。この解析において、実解析・調和解析・関数解析・関数空間論などの解析的方法を使用あるいは開発する必要があり、非線形偏微分方程式論は解析学における主要な研究分野の一つになっています。現在の現象から、未来の現象を予測したいという研究動機が背景にあります。

偏微分方程式の代表例としては、次のものがあります。

1．ラプラス方程式
2．熱方程式、複素ギンツバーグ・ランダウ型方程式。
3．波動方程式、クライン・ゴルドン方程式、ディラック方程式。
4．シュレディンガー方程式。
5．ナヴィエ・ストークス方程式。
6．アインシュタイン方程式。

上の方程式2は、熱などの拡散を表し、偏微分方程式の中で基本的な方程式です。3は音波や電磁波などの波の動きを表し、波が有限の速さで伝わることから、因果律が成り立つため、物理でも重用されます。4は量子力学における確率密度の伝播を表します。5は流体の動きを表し、熱方程式に対する技術が応用できますが、ベクトル場であ

ることと非線形項の扱いの難しさから、ミレニアム懸賞問題に選ばれています。6は重力場を表し、波動方程式の技術が応用できますが、非線形項の扱いが難しい方程式です。1は、2～6において、時間依存しない定常的な場合を考察する際に現れます。

1から5までの方程式は、我々が居る時空における現象を表します。6のアインシュタイン方程式も時空における重力を表しますが、方程式の解は我々の時空そのもの、つまり宇宙を表します。6の方程式の解が安定して存在するかどうかを調べることは、我々の宇宙が安定して存在するかどうかを調べることになります。微分方程式が宇宙の時間発展まで表現できることは驚きです。空間に特別な位置は無く、空間は等方的であるという仮定の下では、6の方程式は高校生でも解ける簡単な微分方程式になります（福江 純著「完全独習現代の宇宙論」（講談社）参照）。

しかし、そのような仮定がない状況では、高度な技術を要する複雑な微分方程式です。この方程式が1916年頃に発見されて以来、物理学的研究と共に、アインシュタインの居たプリンストン大学を一つの中心として、偏微分方程式論的研究が行われました。1980年台と2000年台には非線形項の構造解明に大きな進展が見られ、時間大域的解の存在が部分的に示されるようになりました。

更に、1998年には宇宙の加速膨張が発見され、その原因がダークエネルギーと呼ばれています。ダークエネルギーは、アインシュタイン方程式における宇宙項と呼ばれる項に対応しており、膨張宇宙あるいは収縮宇宙の研究が改めて重要になっています。宇宙の誕生間もない頃、あるいは今後遠い将来、我々の宇宙は急速に膨張すると考えられているからです。ダークエネルギーの正体は物理学的に研究されている所ですが、それによる効果を数学的に解明する研究も行われており、私も取り組んでいる課題です。

現在は、アインシュタイン方程式の解である膨張あるいは収縮する空間において、非線形項が付いた上記の1から5までの方程式を考え、解が存在するかどうかを調べています。空間の膨張と収縮ならびに非線形項の構造が、解の存在にどのように影響するかを解明し、膨張と収縮の効果を数学的に特徴づけることが目的です。空間の膨張あるいは収縮によって、非線形クライン・ゴルドン方程式に修正項が生じますが、空間が膨張する場合に、この項を消散効果として評価し、方程式の解が安定的に存在することを示しました（2014）。

例えば、ド・ジッター時空と呼ばれる膨張あるいは収縮する空間における非線形クライン・ゴルドン方程式は以下のものになります。方程式の解の時間発展を数値シミュレーションしたものが、その次になります。左側のシミュレーションは空間が膨張する場合の波の形状を示したもので、右側は空間が収縮する場合を示しています。左から右へ時間が経つに連れて、空間が膨張する場合は、波の凹凸が急激に消散する様子を表し、空間が収縮する場合は、波の凹凸が急激に増長する様子を表しています（2019）。

このような数値シミュレーションと共に理論研究に取り組んでいます。

$$\begin{cases} \partial_t^2\phi + nH\partial_t\phi - c^2e^{-2Ht}\Delta\phi + \frac{m^2c^4}{\hbar^2}\phi + c^2\lambda|\phi|^{p-1}\phi = 0 \quad \text{for} \quad (t,x) \in [0,T) \times \mathbb{R}^n, \\ \phi(0,\cdot) = \phi_0(\cdot) \quad \partial_t\phi(0,\cdot) = \phi_1(\cdot) \end{cases}$$

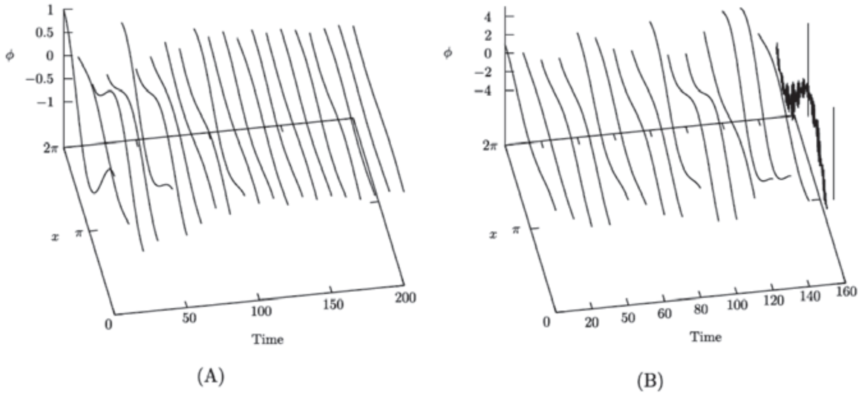


図1　Left: $H > 0$,　　　Right: $H < 0$.

４年生セミナーについて

よく使用するテキストは次になります。

（1）堤 誉志雄著、偏微分方程式論、培風館。
（2）井川 満著、双曲型偏微分方程式と波動現象、岩波書店。
（3）L. C. Evans著, Partial Differential Equations (2nd Edition), American Mathematical Society.
（4）T. Cazenave著, Semilinear Schrödinger Equations, Courant Lecture Notes In Mathematics.

いずれも偏微分方程式についての入門書です。平易な記述で読み易く、基礎力を養成するのに適しています。学生の希望、あるいは大学院進学を見込んだ将来計画を考えて選択します。１は、フーリエ級数や超関数などの知識を紹介した後、非線形シュレディンガー方程式の初期値問題と解の性質について解説しています。セミナーでは、この非線形シュレディンガー方程式を主に考察対象とします。2は、偏微分方程式の典型の一つである双曲型方程式について、導出方法、解の存在、解の漸近挙動について解説しています。セミナーでは、解の存在定理に重心を置いて、読み進めます。3は、国外でよく使用される教科書で、偏微分方程式の取り扱い方法を広く解説しています。セミナーではPartIIIの変分法及び非線形波動方程式を主に考察対象とします。４は非線形シュレディンガー方程式についての教科書で、ソボレフ空間における時間大域解と爆発解について解説しています。本書を読み進めれば、論文執筆の基礎が出来ると思いますので、後は幾つかの論文を読む段階へ移れるでしょう。偏微分方程式について、簡潔に概要を知りたい方には、３年生でも読むこ

とが出来るものとして、渋谷 仙吉・内田 伏一共著「物理数学コース偏微分方程式」（裳華房）が挙げられます。ラプラス方程式に関心がある場合には、田中 和永著「変分問題入門—非線形楕円型方程式とハミルトン系」（岩波書店）、鈴木 貴・上岡 友紀共著「偏微分方程式講義　半線形楕円型方程式入門」（培風館）、I. Kuzin S. Pohozaev 共著「Entire Solutions of Semilinear Elliptic Equations」（Birkhäuser）を使用することがあります。

セミナーでは、本の内容理解を中心として、解説する能力の向上を目指します。この能力は、将来、数学のみならず広く役立つことでしょう。偏微分方程式は、数学的面白さと共に、物理、情報、気象、地震、金融などへの広い応用があります。微分方程式に習熟していなくても、配属後に興味に応じて勉強すれば支障ありません。

４年生では、就職か大学院進学かで悩む方もいらっしゃることと思います。経済的な理由や自身の適性についての不安もあるかと思いますが、大学院の少人数教育で真摯に研究と伝達能力の向上に取り組むと、学生は著しく成長します。不安な点や不明な点があればメールで連絡して下さい。

大学院セミナーについて

修士課程のセミナーは、週に一時間から二時間程度です。一年目は、上記の(3)や(4)などの偏微分方程式についての基本的な英語の書籍を勉強しつつ、夏頃から基礎的な論文の読み込みへと移行していきます。ソボレフ空間の性質について書かれたJ. Bergh, J. Löfström共著「Interpolation Spaces: An Introduction」（Springer）をよく使用します。書籍や論文を読み込み、分かり易くセミナーのメンバーや教員に伝えることが求められます。一学年で二名程度の少人数でのセミナーになりますので、時間をかけての準備が重要です。不明な部分は、メンバーに相談したり、書籍で調べたりする必要がありますが、その上で不明点について説明して下さい。どのように考えて何を調べるかという過程が重要です。二年目は、読んでみた論文を基に、改善個所を考えて新しい結果が出るように試行錯誤と創意工夫を繰り返します。秋頃には、修士論文の作成を始め、取り組んだ課題について整理して記述すると共に、自分で調べた数学的知識を付録として記載します。修士論文発表会の一ヵ月位前からは発表練習を行います。この段階では、簡潔に効率よく、分かり易く発表することが求められ、使用する資料や言葉などを考え抜く必要があります。セミナーの準備の仕方については、河東泰之先生の次のホームページに心構えが記載されています。そこまでを要求する訳ではありませんが、参考になる点は多いです。

https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/sem.htm

博士課程のセミナーは、基本は週に一時間から二時間程度ですが、研究課題の進捗状況に応じて、頻繁に行うこともあります。論文作成に取り組む以外にも、他研究室のセミナーや、研究集会に参加することもあります。他大学の教員や大学院生との交流により、視野が大きく広がることでしょう。一年目から三年目まで、研究の進捗は学生それぞれで異なります。結果が思うように出ない場合もあり、適性について思い悩むこともあるかも知れませ

ん。意思を強く持ち、こつこつと自分の出来ることを広げていくのが賢明と思います。

高校生の方へ

オープンキャンパスや体験授業でよく聞かれる質問として、数学の適性があります。高校までの数学と大学の数学が、大きく異なることは知られているようで、不安に思うのはもっともです。数学の研究者は独自の個性を持つ方が多いので、様々な回答があると思いますが、私は次をアドバイスしています。高校の数学で、新しい考え方や工夫を良く理解し、問題を解く際に、それらを自分なりの方法で用いて、納得する解答を目指しているならば、大学においても大きな支障は少ないでしょう。また、数学的な考え方が性に合っているならば、数学科に入学してから、興味のある分野を選べば良いでしょう。大学の授業では、数学における言葉の定義をよく理解し、証明を論理的に理解する作業が多く求められます。数学に限らず、野球でいうところのエースと四番は天性のものがあるかも知れませんが、強い意志を持って、自分なりに創意工夫する姿勢が大事かと思います。

一般の方へ

「数学は役に立つのか？」とは、よく聞かれる質問です。1990年半ば位までは、数学科を卒業した場合の進路先は、高校の教師、企業のプログラム・システム関係、品質管理、保険、銀行が一般的でした。近年では、情報技術における数学的理論の活用が大きな競争力・利便性・収益を生み出すようになったことから、数学科卒業の学生はセキュリティー、金融、データ活用にも広がり、就職はかなり良い状況です。すぐに役立つものは、廃れも早いですが、数学の抽象性はすぐには役立たずとも長く役立つものです。解決すべき問題に対して、幾つかの場合分けを行いながら、資料を調べて論理的に最適解を見つけ出す作業は、数学を学んだ方が得意とすることの一つです。国語が社会の言語とすると、数学は自然の言語と言えます。何かしら起こる現象を、論理的かつ誰でもその気になれば理解できる形で表現したものは、○○数学あるいは数理○○学という形で体系化されることが多くあります。数学は演算規則に限らず、現象を論理的に表現し、皆で発展させるための優れた方法論の一つです。数学もしくは数学的思考が、社会の発展に目で見える形で寄与する時代になっており、その素質が求められる時代でもあります。

研究者の方へ

情報科学研究科内での数学専攻として、主に研究環境を紹介したいと思います。本専攻は吹田キャンパスにあり、万博記念公園の北側に位置します。大阪モノレール阪大病院前駅から徒歩10分程度の位置で、大学本部の目の前にあります。広大な敷地に多くの研究施設が敷地に余裕をもって建っており、緑が多く、キャンパス内を歩く場合は、スマートフォンの地図アプリがないと迷う可能性があります。その分、研究の息抜きの散歩には開拓心がそそられます。足を延ばせば、南東に万博記念公園、北西に大きな池のある千里北公園があり、来訪者と散策あるいは一

人で思索に耽ることができます。福利厚生施設が充実しており、情報科学研究科棟１階に小さめのセブンイレブンと食堂がある他、カフェやレストランも近くにあります。吹田キャンパス近くは、北側遠方に山々が連なる麓に住宅街が広がっており、晴天が多いこともあって綺麗な街並みが見られます。モノレールと電車の利便性も良く、京都大学を始めとする近隣大学を訪問するのも比較的容易です。

本専攻は、豊中キャンパスにある理学研究科数学専攻を母体として設立されたことから、理学研究科数学専攻とは密に連携しています。例えば、研究内容は理学研究科数学専攻でも紹介されており（http://www.math.sci.osaka-u.ac.jp/staff.html）、理学部の講義と４年生セミナーも担当しています。理学研究科棟への入棟にも便宜が図られています。

本専攻は情報科学研究科内にありますが、研究内容として、情報科学に密接に関わる数学を行わなければならないという訳ではありません。現在の情報化社会において、情報の伝達・保護・活用に関する数学あるいは数学的思考の重要性は広く認められており、本流の数学を研究し教育できる研究者が求められていることが背景の一つと思います。私の場合は、波動方程式の研究が情報の伝達に関わるため、数学的理論研究と数値計算を通して、情報に関わる研究者との交流ができればと考えています。

専攻内の雰囲気は、新しい建物内で落ち着いていて静かです。疲れた時に、専攻事務室で雑談やコーヒーを入れて休憩しています。大学院生室は狭過ぎず、広過ぎずで、一人で研究しつつも他の院生と自然とコミュニケーションが取れるような広さです。教員居室との距離も近く、より賑やかに大学院生活が送れるよう院生を迎えていきたいと思います。

大阪に異動する前に、何人かの先生方から大阪は良い所との言葉がありました。空港・鉄道・高速道路の利便性、緑多い住環境、豊富な研究施設と充実した研究環境の他に、人の好さも感じられます。

次の写真は情報科学研究科棟から見た大学本部（煉瓦色）です。西尾総長は、元情報科学研究科長です。その奥に医学部と附属病院（灰色）が見えます。

准教授
安井　弘一
Yasui Kouichi

2000年に大阪大学理学部数学科に入学。大阪大学大学院理学研究科数学専攻博士前期課程、同後期課程に進学し、2008年に博士号を取得。その後、大阪大学で学振PD、京都大学でGCOE特定研究員、学振PDを務めたのち、2011年から広島大学で助教を務めた。大阪大学には2017年に着任。専門は4次元トポロジー。特に4次元多様体の微分構造を中心に研究している。

１．研究分野について

私の主な研究分野は4次元トポロジーです。4次元トポロジーとは、ざっくりいうと4次元多様体やその部分多様体の（トポロジカルな）性質を研究する分野のことです。なお次元が4以下の対応する分野はまとめて低次元トポロジーと呼ばれています。4次元トポロジーと一口に言っても様々な分野がありますが、私は４次元における滑らかなカテゴリーと位相カテゴリーの違いに強い興味を持っています。特に4次元多様体の微分構造（即ち微分同相による同値類）の研究を中心的に行っています。また、結び目理論、シンプレクティックトポロジーなどの周辺分野への応用にも取り組んでいます。

２．多様体の位相構造と微分構造について

上のように書くと、なぜ一般の次元ではなく４次元に絞って研究するのか？と思われる方も多いでしょう。４次元は非常に特殊な次元で、他の次元の手法が適用できない様々な困難が存在するため、他の次元と違い解明されていないことが非常に多いのです。そのため４次元に固有の研究手法を発展させる必要があります。

まず２次元以下の多様体については古典的によく知られています。例えば有向２次元閉多様体の位相構造（即ち同相による同値類）は種数（穴の数）によって完全に分類されます。３次元多様体の位相構造は非常に難しいのですが、基本群によって統制されていることが知られています。特に難しいのが３次元球面の位相構造の特徴付けでした。20世紀初頭に提出されたポアンカレ予想「単連結閉３次元多様体は３次元球面と同相である」がペレルマンによって解決されたニュース（そしてその後のフィールズ賞辞退）は、数学に興味のない方ですら耳にしたことがあるのではないでしょうか（2006年頃の話なので若い方はご存じないかもしれませんが）。しかしそもそも３次元以下の次元では、微分構造はその下部構造である位相構造によって一意に決まることが知られているため、微分構造の研究は位相構造の研究に帰着されます。

４次元以上になると位相構造はさらに複雑で、同じ基本群を持つ多様体が山のように

存在します。特に任意の２つの閉多様体が同相か否か判定するアルゴリズムは存在しないことが知られています。その上、４次元以上では微分構造が位相構造から一意に定まるとは限りません。中でも４次元は、ユークリッド空間Rnがエキゾチック（即ち同相だが微分同相でない）微分構造を持つ唯一の次元である、多くの４次元多様体が無限個のエキゾチック微分構造を許容する、などの４次元特有の様々な興味深い現象を持つことが知られています。またWhitneyトリックが適用できる５次元以上と異なり、４次元ではその上の微分構造が分類されているような位相構造は未だに一つもなく、微分構造に関しては最も難しい次元と言えます。

３．具体的な研究内容

ここでは私の研究分野について、どのような方法で研究が進められているのか具体的に説明します。私が修士のときのセミナーで学んだのは主に4次元ハンドル体の図式（Kirby図式）ですが、現在でも私の主要な研究道具の一つですのでこちらについて紹介します。

３.１．ハンドル体について　まず簡単にハンドル体の説明をしておきます。k次元球体（つまり原点からの距離が１以下のRkの元の集合）をDkと表し、多様体Xの境界を∂Xで表すことにします。n次元ｋハンドルとはDk×Dn-kのことを言います。ｋハンドルを（境界付き）ｎ次元多様体Xに接着するとは、∂Dk×Dn-kから∂Xへの埋め込み写像を用いることによって、∂X の（余次元0）部分多様体とkハンドルの境界の一部である∂Dk×Dn-kを同一視し、kハンドルとXを貼り合わせる操作のことをいいます。図１は2次元円板D2（緑の円板）に1ハンドル（青い長方形）を接着した様子を図示したものです。

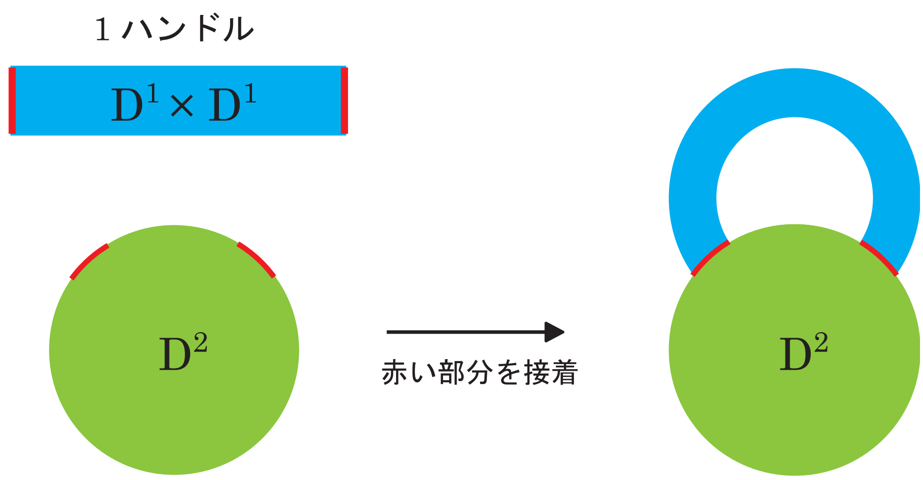


図１

そして0ハンドル$D^0 \times D^n$（即ちｎ次元球体D^n、）にハンドルを次々と貼り付けて得られる多様体のことをｎ次元ハンドル体と言います。任意のコンパクトなｎ次元可微分多様体はｎ次元ハンドル体に分解できるので、多様体の（トポロジカルな）性質を調べたければ、ハンドル体の性質を調べればよいことになります。なお3次元以上では各ハンドルの接着の仕方が無数にあり、一般にハンドル体は非常に複雑です。

次元が高くなるとハンドル体は図１のようには直接図示することができませんが、3、4次元の場合は各ハンドルの接着写像の情報を取り出すことによって間接的に図示することができます。4次元の場合そのような図式はKirby図式、ハンドル体図式などと呼ばれています。図式の具体例は次節で紹介しますが、結び目や絡み目と整数を使って表されます。ハンドル体を使うと、目で直接見ることのできない４次元多様体の様々な性質を、図式から論理と想像によって読み取ることができ、多様体を手で直接触って調べるような楽しさがあります。

3.2．４次元ハンドル体と微分同相　４次元ハンドル体やその図式の応用には様々なものがありますが、最も典型的なのは、見かけ（構成の仕方）が全く異なる２つの４次元多様体が微分同相であることを示すことです。ハンドル以外の方法では全く証明できないことがしばしばあります。２つのハンドル体の図式がある種の変形操作で移りあうことを絵で描いて示せば良いのですが、変形の自由度が高すぎるので一般には非常に困難です。しかし、初等幾何の問題で良い補助線を見つけるときのような楽しさが味わえることもあります。例として次の論文の結果を紹介します。

[A] S. Akbulut, Cappell-Shaneson homotopy spheres are standard, Ann. of Math. (2) 171 (2010), no. 3, 2171–2175.

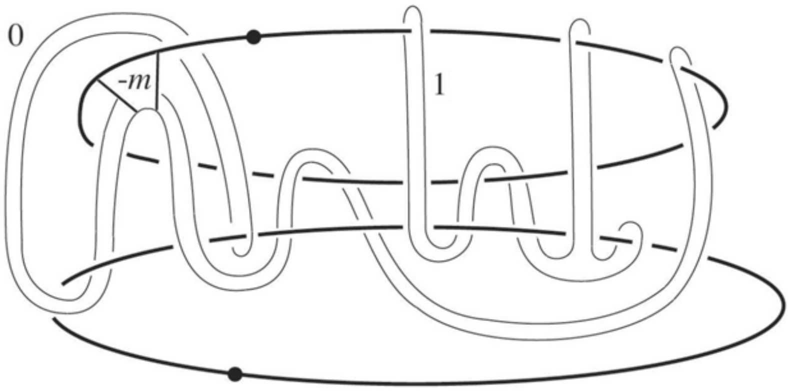


図２（論文[A]のFigure１からの引用）

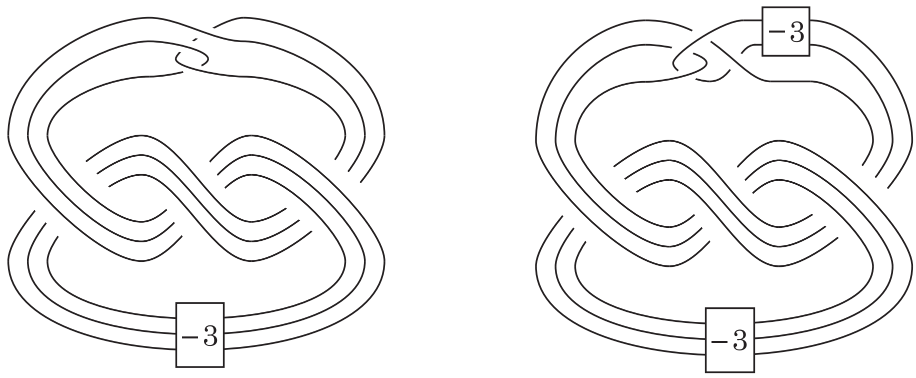
図2はこの論文でΣ_mと呼ばれている、4次元球面S^4と同相な4次元多様体のハンドル体の図式です（mは整数）。黒丸がついている2つの結び目（閉じた紐のこと）はそれぞれ1ハンドルを表していて、そばに「0」、「1」の数字がついている2つの結び目はそれぞれ2ハンドルを表しています（左上のボックスは3本の線が（−m）回捻られていることを表しています）。各Σ_mはCappellとShanesonの1976年の論文で（ハンドルを使わずに）定義された4次元多様体で、長い間エキゾチックS^4（即ちS^4と同相だが微分同相でない多様体）の候補として注目されていました。m=0の場合は1991年にGompfがエキゾチックS^4ではないこと（即ちS^4と微分同相であること）を、ハンドル体の図式を使って鮮やかに証明しました（2、3ハンドル対の生成を上手く使う）。しかしその他の場合はずっと未解決のままでした。その後2009年にFreedman、Gompf、Morrison、Walkerは$m\neq0$の場合にエキゾチックであることを示すための興味深い新しいアプローチ（結び目不変量を使う）をarXivで発表しました。しかし驚くべき事にAkbulutはそのわずか数日後に論文（たった5ページ）をarXivで発表し、全てのmについてエキゾチックでないことを証明しました。前述のGompfの方法を発展させた鮮やかな証明です。但し、一般に微分同相であることを示す研究は常にこのような鮮やかな方法で行われているわけではなく、暗闇の中を手探りで進んでいくような変形が必要になることもあります。

3.3．私の研究について　私は上で述べたような、異なる4次元多様体の間に微分同相写像を構成する研究も行っていますが、私がハンドル体（とその図式）を用いて主に研究しているのは、エキゾチック微分構造など、新しい性質を持つ4次元多様体の構成や、（ゲージ理論やシンプレクティック幾何などの諸結果と組み合わせることにより）4次元多様体への様々な制約を与えることです。また周辺分野への応用にも取り組んでいます。ここでは下記の私の論文の結果について簡単に紹介します。

[Y] K. Yasui, Corks, exotic 4-manifolds and knot concordance, preprint, arXiv:1505.02551 (2015).

枠付き結び目（即ち結び目と整数の組）は4次元ハンドル体を経由することで境界付き4次元多様体を自然に与えます。そのため、エキゾチックな（即ち同相だが微分同相でない）4次元多様体の対を表示する枠付き結び目の対の存在問題が自然に考えられますが、枠が±1の場合しか存在が知られていませんでした。私は上記の論文で、全ての枠に対し、エキゾチックな4次元多様体の対を表示する枠付き結び目の対を組織的に構成する方法を与えました。さらに枠が0の場合のこの結果を結び目理論の問題に応用し、1978年に提出されたAkbulutとKirbyの予想「2つの結び目が0手術で同じ3次元多様体を与えるならば、それらはコンコーダントである」に対する初の反例を与えま

した。図３の結び目の対がその一例です。私の他の研究については具体的な説明は省略しますが、私の論文はMathSciNetやarXivで調べることができます。



$P_{0,0}(T_{2,3})$　　　　$Q_{0,0}(T_{2,3})$

図３（論文[Y]のFigure16からの引用）

４．参考文献

４次元トポロジーの参考文献のうち、私の研究と関係の強いものに絞っていくつか紹介します。

［1］松本 幸夫、『４次元のトポロジー』、日本評論社、2016年

４次元トポロジーの面白さがよくわかる本です。初版は1979年に出版されていて、９章、10章、第∞章で４次元トポロジーが扱われています。第∞章「“４次元”とは何だろう」では当時行われた４次元トポロジーの座談会の様子が掲載されています。1980年代に登場したFreedman理論、Donaldson理論という４次元トポロジーの２大理論（どちらの理論もフィールズ賞受賞！）が現れるわずかに前の時期に座談会は行われたようで、これらの理論が登場したずっと後で４次元トポロジーを学び始めた私には非常に興味深いです。これまでに数回改訂されていますが、各改訂時の４次元トポロジーの現状が付録やあとがきとして書かれているので、４次元トポロジーの発展の様子を当時の状況とともにうかがい知ることができます。

［2］R. E. Gompf and A. I. Stipsicz, “4-manifolds and Kirby calculus”, Graduate Studies in Mathematics 20, American Mathematical Society, 1999.

これは４次元トポロジーの非常に有名な教科書で、ハンドル体とその図式（Kirby図

式)、様々な手術、Lefschetzファイバー空間、シンプレクティック多様体、シュタイン多様体、ゲージ理論、など4次元トポロジーの様々なトピックが扱われています。多数の演習問題が出題されていますが、重要なものは巻末に丁寧な解答がついています。この本を読めば（全部読み通さなくて良いですが)、すぐに研究に取りかかれます。私が修士のセミナーで読んだのはこの本です。

［３］B. Ozbagci and A. I. Stipsicz, “Surgery on contact 3-manifolds and Stein surfaces”, Bolyai Society Mathematical Studies 13, Springer-Verlag, Berlin; Janos Bolyai Mathematical Society, Budapest, 2004.

４次元多様体のシュタイン構造やその境界の３次元多様体の接触構造について、主にトポロジカルな視点から書かれたテキストです。低次元トポロジーとシンプレクティック幾何にまたがる分野であり、様々な応用があります。

［４］S. Akbulut, “4-manifolds”, Oxford Graduate Texts in Mathematics 25, Oxford University Press, 2016.

最近出版された４次元トポロジーのテキストです。この本も[2]と同様に４次元トポロジーの様々なトピックを扱っていますが、15年以上後に出版されているのでごく最近の話題も含んでいます。著者は私の共同研究者で、私との共同研究もこの本では多数扱われています。

５．博士前期課程で私の研究室に配属を希望される方へ

博士前期課程では４次元トポロジーの勉強・研究をして頂こうと考えています。まず上記の[2]、[3]、[4]のいずれかをテキストとしてセミナーを進めてもらうつもりです。テキストで基礎を学んだ後、各自の興味に応じた論文を読んでもらい、研究に進んでもらう予定です。なお、多様体、ホモロジー、基本群、線型代数（加群)、をよく使うので、入学前にこれらの基礎事項を勉強・復習しておくと良いと思います。余力がある方は結び目や微分位相幾何学に関する基礎も学んでおくと役に立ちます。

離散幾何学講座

凸多面体の幾何学的および組合せ論的研究、凸多面体に付随する可換環の研究など、凸多面体にまつわる諸性質の多角的な研究・教育を行うとともに、それらの情報分野への応用も目指す。

准教授
東谷　章弘
Higashitani Akihiro

1986年に広島で生まれ、高校卒業まで広島で過ごす。2005年に大阪大学理学部数学科に入学し、2012年にこの情報基礎数学専攻博士後期課程を修了。京都産業大学に４年間勤めた後、2019年に大阪大学に着任。

本専攻教員メンバーで、唯一この情報基礎数学専攻修了生ですので、最初に自己紹介も兼ねて、本専攻で学んできたことや学生・ポスドク時代の思い出を中心にお話しさせてください。読者が本専攻に対してどのようなイメージを持っているかは分かりませんが、「教員の中にはこんな人もいる」と知ってもらいたく、書きました。もしよろしければ少しだけお付き合いください。研究については、研究の変遷にて詳しく述べることにします。

学部生～学位取得（2008年４月～2012年９月）

高校卒業まで広島市内で過ごした後、2005年に阪大理学部数学科に入学。月並みですが、「学部生の頃にもっと勉強しておけばよかった」といまだに感じます。学部生の頃は、日々の授業を含め楽しく過ごしましたが、数学に対して真剣に向き合えていなかった気がします。実際、授業以外で数学に取り組んだことはほとんどありませんでした。一方で、新しい概念を学び、その美しさに魅了されるにつれ、もっと数学を続けたいと思うようになりました。幼少期より好きで得意だった数学をずっと続けていたいという安直な思いから、あまり深く考えずに、入学当初から博士後期課程進学を視野に入れていました。

なんとなく過ごした学部生時代も最初の３年間だけでした。阪大数学科では４年生からゼミに配属されますが、４年生のゼミでは

日比孝之著『可換代数と組合せ論』（シュプリンガー東京、1995年）

を輪読。この教科書で、格子凸多面体論の基礎を学びました。半年余りで読破した後、格子凸多面体のEhrhart多項式の特徴付け問題として、正規化体積が３以下の場合の特徴付けに取り組み、初めての共著論文

T. Hibi, A. Higashitani and Y. Nagazawa, “Ehrhart polynomials of convex polytopes with small volumes”, European J. Combin. 32 (2011) 262-232

が完成しました（2009年３月）。これが私の研究の原点です。昨今、初論文を執筆す

る年齢が年々早くなっているように思います。博士後期課程進学を視野に入れている読者にとって、４年生のうちに一生取り組める良い研究テーマを見つけ、論文を執筆できるかどうかが重要かもしれません。

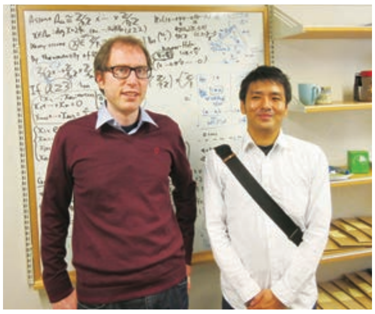
2009年４月、博士前期課程に進学。M1の１年間はきっと、研究者人生の中で最も勉強と研究に尽力した時期だと思います。博士後期課程進学を視野に入れていたので、格子凸多面体論（特にEhrhart理論）を一生の研究テーマにするため、その基礎固めに努めました。一般的に、M1はまだまだ教科書や論文を読みながら勉強しつつ研究テーマを模索する時期かもしれませんが、私は論文を書きながら、つまり具体的な問題を設定してそれを解きながら勉強していきました。研究対象や関連する概念に対する基礎的知識を完璧に理解できていれば言うことありませんが、そうでなかったとしても、研究を進めながら必要に応じて（必要に迫られて）一から勉強していくことで力がついていくはずです。そのようにしてM1を過ごし、結果として、４本の論文（共著３本、単著１本）を書きました。博士後期課程に進む上で、DC1やDC2に採択されるかどうかは大きな意味を持ちます。もちろんその限りではありませんが、少なくともデメリットはほぼありませんし、やはり経済的余裕ができるという利点は大きいです。DC1やDC2を獲得するには、M1から自立して研究を進める気概が必要です。

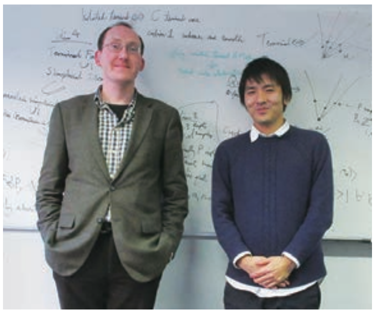
2011年4月に博士後期課程に進学。幸い、DC1にも採択されました。博士後期課程でも攻めの姿勢で従来の研究を続け、Ehrhart多項式の特徴付け問題の他、Ehrhart多項式の根の分布、格子凸多面体の正規性など、格子凸多面体の組合せ論に関する様々な課題に従事しました。そして2012年9月、学位を取得しました。

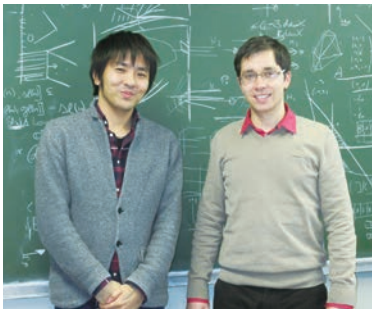
ポスドク・京都産業大学時代（2012年10月～2019年３月）

研究者として生き残るためには、一つのテーマ（私の場合、格子凸多面体のEhrhart理論）に固執しすぎていては限界が来ると考え、ポスドク以降は新たな土台を見出すため、従来の研究も継続しつつ、新たな研究テーマを模索しました。

学位取得後の2012年10月から2014年３月は引き続き阪大にて、2014年４月から2015年３月は京大にてポスドク時代を過ごしました。京大での１年間は、きっと後にも先にも人生で最も楽しく充実した期間だったと思います。運よく獲得できた潤沢な研究費を有効活用し、様々な研究者を訪ね、研究滞在しました。自分の研究の幅を広げるため、また将来職に就けた際にも継続して研究を続けられる仲間を増やすため、こちらから押しかける形で、共同研究を行うために数週間滞在させてもらいました。


2014年９月、Stockholm University にてBenjamin Nill氏と


2015年２月、Imperial College London にてAlexander Kasprzyk氏と


2015年３月、Universität Tübingen にてJohannes Hofscheier氏と

2015年４月に京都産業大学理学部に助教として着任。研究者の世界は最初に職に就くまでが大変ですが、幸いにも京産大に採用していただけました。京産大では１年目から様々な仕事を任され、しかも着任直後の９月には日本数学会秋季分科会の開催もあり、いわゆる“若いうちは雑用が少ない”といった雰囲気ではありませんでした。それでも京産大での生活は充実していて、初めての就職先が京産大で良かったと心から思います。特に、京産大での教育経験は、自身が学ぶものも非常に多かったです。私が京産大に着任して以降、京産大から本専攻に進学する学生が毎年出ており、本専攻でさらなる成長を遂げて修了していったようです。今後もぜひ京産大からたくさんの学生が本専攻に進学してもらえると嬉しいです。もちろん他大学からも大歓迎。京産大在職中、夏休みなどの長期休暇中には頻繁に海外出張しました。特に、Alexander Kasprzyk氏のもとへはポスドク時代からほぼ毎年訪ねており、密な研究打ち合わせを重ねてきました。そのうちの１回は、格子凸多面体の変異理論に関するレクチャーと議論に費やされました。詳しくは後述しますが、ここで格子凸多面体の変異理論を学べたことが今後の研究に多大な影響を及ぼします。

阪大に出戻り（2019年4月～）

2019年4月、縁あって本専攻に戻ってくることが出来ました。阪大に戻ってからは研究のペースがますます向上し、研究の幅もさらに広がります。この頃から、自身の研究を周辺分野へ応用することにも興味を持ちます。異なる研究背景を持つ研究者と互いの知識を持ち寄ることで、その共通部分で斬新な着想に至り、新たに問題が解けるようになったのです。その成功例の一部は後述します。

そして2020年、コロナ禍に突入してしまいます。コロナ禍になって良かったことなど、悪かったことの１万分の１未満ですが、唯一良かったこととして挙げられるのが『リモートツールの浸透』でしょう。コロナ禍においては、オンラインによる集会や打ち合わせが主流になり、自宅からでも海外のセミナーに気軽に参加できるようになりました。一方で、対面で話す機会は激減。2022年3月現在、少しずつ対面での集会や打ち合わせの機会が戻ってきましたが、オンラインとの“温度差”は歴然です。もちろん好みの問題ですが、ポスドク時代から毎年複数の海外の研究者を尋ねて打ち合わせを重ねてきた自分にとっては、一つの大きな黒板を前に共同研究者と“直接”議論する時間は何ものにも替えがたいと感じます。2022年度からは海外出張を再開する予定です。まだまだ貪欲に研究の幅を広げつつ、格子凸多面体論をさらに探究していくつもりです。

研究の変遷

頂点の座標が全て整数であるような凸多面体のことを格子凸多面体と言います。私の研究の軸の一つは『格子凸多面体論』です。学部４年のゼミでは格子凸多面体のEhrhart多項式を研究する分野である『Ehrhart理論』の基礎について学びました。以下、私が取り

組んできた、または、今後も取り組んでいく研究課題の一部を具体的に挙げてみます。

●格子凸多面体のEhrhart多項式の特徴付け

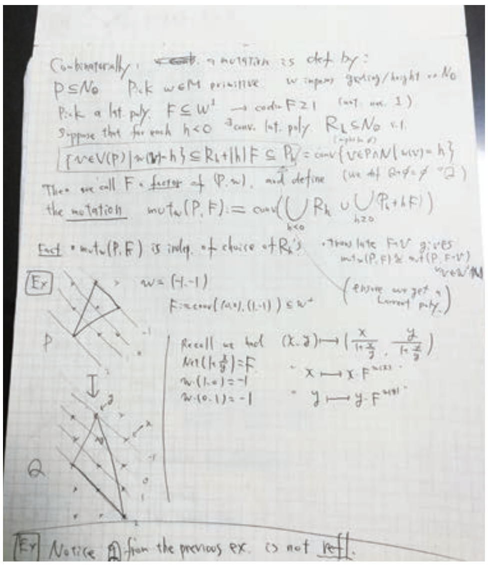
学部４年の頃から現在、そして今後も取り組んでいく課題が「どのような多項式が格子凸多面体のEhrhart多項式になり得るか？」というものです。この手の問題は低次元から考察するのが常ですが、２次元以下は既知、３次元になった途端状況が複雑になり完全解決は極めて困難となります。そこで、次元以外の不変量に注目するわけです。その一つが「正規化体積」（ユークリッド体積×次元の階乗）です。上記の私の初論文は、正規化体積が３以下の場合の特徴付け、修士の頃には正規化体積４の場合、博士の頃には正規化体積５or７（素数であることが重要）の単体の場合など、着々と研究を進めてきました。他にも「次数」と呼ばれる格子凸多面体の不変量に注目した特徴付けやその一般化を考えるなど、様々な角度から特徴付け問題に取り組み続けています。

●格子凸多面体のEhrhart多項式の根の分布

格子凸多面体のEhrhart多項式の根の分布の研究にも尽力しました。特に、反射的凸多面体のEhrhart多項式は、複素数平面上においてその根がRe(z)=－1/2という直線（Re(z)は複素数zの実部）に関して対称に分布するという特殊な性質を持っています。具体的な問題として「どのような反射的凸多面体が、Ehrhart多項式の根の実部が全て－1/2になるか？」というものが考えられますが、この問題を私は修士・博士の頃に熱心に研究しました。そして近年、“interlacing多項式”の理論がEhrhart理論にも適用されるようになり、私が学生だった頃には未解決だった問いに答えが出せるようになってきました。

●格子凸多面体の変異理論

現在の私の研究テーマの核となっているのが、格子凸多面体の変異（mutation）の理論です。これは、2012年頃に（Kasprzyk氏を含む）イギリスの研究グループが、Fano多様体のミラー対称性の文脈で導入した概念です。京産大在職中にKasprzyk氏を訪ねた際、彼からこの理論を学びました。昨今、クラスター代数の理論の発展に伴い、変異理論はあらゆる分野に現れる極めて重要なものと言えますが、格子凸多面体の変異理論もその一部です。雑に言うと、Fano多様体のミラー対称性の観点で現れる変異の概念を格子凸多面体に適用して考案されたのが、格子凸多面体の変異理論です。格子凸多面体は、トーリック（Fano）多様体の代数幾何的性質を調べるために重宝されてきましたが、格子凸多面体の変異の概念が誕生したことにより、



Kaspzryk氏のレクチャーのノートの一部

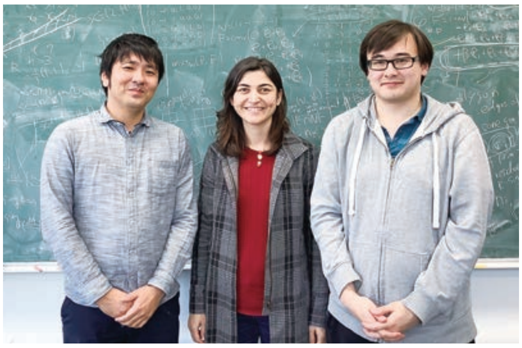
格子凸多面体論を経由することで代数幾何的性質を調べることが出来る範囲が、トーリック（Fano）多様体から“トーリック（Fano）多様体にqG-deformationできるもの”まで格段に広がると期待されるようになりました。この研究はまだ始まって間もなく、解決すべき重要な問題も数多くある宝の山であると確信しています。

●グラスマン多様体のトーリック退化

格子凸多面体の変異理論を適用することで得られた成功例の一つが、coherent matching fieldによるグラスマン多様体の新たなトーリック退化の構成です。グラスマン多様体のトーリック退化の構成やそれらの間の関係については、多様な分野が交差する研究テーマであり、多くの研究者が盛んに研究しています。グラスマン多様体のトーリック退化は様々な手法で構成できますが、その一つがPlücker代数のcoherent matching fieldを用いたものです。Mohammadi氏とその学生のClarke氏との共同研究において、coherent matching fieldに対応する格子凸多面体を変異で繋げることにより、それらから得られるトーリック退化の間の関係を明らかにしました。さらに、その過程で新たなトーリック退化を構成することにも成功しました。それらの成果は共著論文

O. Clarke, A. Higashitani and F. Mohammadi, “Combinatorial Mutations and Block Diagonal Polytopes”, Collecta. Math., to appear

として掲載決定済みです。また、2022年度6月から、Clarke氏が獲得した「外国人特別研究員」のプログラムにより半年間阪大に滞在するので、上記の論文の続編としての共同研究を行う予定です。



2019年12月、University of BristolにてFatemeh Mohammadi氏（中央）Oliver Clarke氏（右）と

上記ではあまり触れませんでしたが、私の研究のもう一つの大きな軸である『組合せ論的可換環論』にも熱心に取り組んできています。さらに、格子凸多面体や組合せ論的可換環論にさほど関係のない研究も行ってきています。研究の進め方のスタンスは人によって当然違うわけですが、研究を進めるにおいて、知識と技の“幅”と“深さ”の両面が必要不可欠だと私は考えています。分野にとらわれず多方面にアンテナを張り、新たな知識や技を習得し続けることは非常に有益です。一方で、ある一点（私の場合は、格子凸多面体のEhrhart多項式の特徴付け）については「世界中の誰にも負けない」と言える知識の深さとテクニックへの自信も、研究者にとって重要です。ただの物知りでもマニアでもなく、そのバランスが必要だと考えています。

学生とのゼミについて

学生にゼミでどんなテーマに取り組んでもらうかは、基本的には各学生に任せるつもりですが、そのとき私が興味を持っている話題を一緒に勉強していくのも一つの形です。私の主な研究テーマである格子凸多面体論や組合せ論的可換環論はもちろん、周辺分野の話題も研究テーマになりえます。参考までに、これまで私が担当してきた、または、現在担当している学生の大まかな研究テーマを挙げておきます。

- 格子凸多面体に付随するトーリック環の因子類群について
- グラフに付随するイデアルの環論的性質について
- 反射的凸多面体のEhrhart多項式とその一般化の根の分布について
- グラフに付随する格子凸多面体の三角形分割のshellable性について
- 新たなcoherent matching fieldによるグラスマン多様体のトーリック退化の構成
- 非特異Fano凸多面体に付随するコホモロジー環の同型判定（トーリックFano多様体のコホモロジー剛性問題）
- グラフの隣接行列やSeidel行列の固有値について
- 次数付き可換代数のGorenstein性およびその一般化

もちろんこれらの限りではありません。何か新しいことに一緒に取り組みたいと考えている学生、大歓迎です。

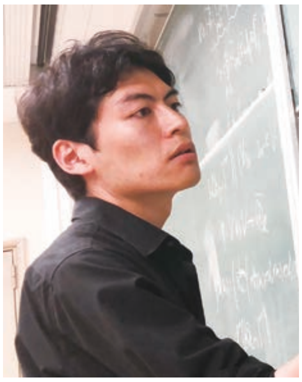
大学院進学を検討している読者へ

具体的な研究テーマや挑戦したい未解決問題があるなど明確な動機を持つ読者は、ぜひ大学院でその種を育てください。しかし、当時の私のように、具体的な目標がない読者もいるかもしれません。それでも、ぜひ大学院進学を前向きに考えてください。もちろんそのためには相応の覚悟が必要かもしれません。これまでに偉大な先人たちによって整備された理論を学ぶ“勉強”と、未開の地へと足を踏み入れ自ら道を切り開いて理論を構築する“研究”は、全くの別物です。しかし研究を続けるためには、未開の地へと足を踏み入れてみたいという好奇心と探究心が不可欠で、その有り余る好奇心と探究心が道を切り開いてくれることもあります。そのような情熱を持って、ぜひ大学院で深い学びを体験してもらえればと思います。私がEhrhart理論に魅せられ、格子凸多面体の理論へと誘われ、研究に没入していったように、何か深い興味を持てる対象に出会い、勉強・研究に取り組んでもらいたいです。そのような経験は非常に貴重で、大学院修了後のどんな進路においてもその後の人生の糧となるはずです。

意欲にあふれた学生を歓迎します。一緒に新境地を開拓しましょう。

離散構造学講座

種々の代数体系の研究を基礎にして、
「構造をもった情報」に関わる素材を対象とした数学から情報へ、
逆に情報から数学への双方向の基礎教育研究を行う。



准教授
若林　泰央
Wakabayashi Yasuhiro

1986年神奈川県横浜市に生まれる。2014年、京都大学数理解析研究所にて博士号を取得。東京大学大学院数理科学研究科特任助教、東京工業大学理学院数学系助教などを経て、2022年10月に大阪大学に着任。
趣味は散歩。

1．研究分野について

私はおもに、代数多様体上のベクトル束や微分作用素などに関連する対象の（数論幾何学的観点を含む）研究をしてきました。たとえば、dormant operと呼ばれる、正標数代数曲線上の然るべき接続付き主束の数え上げ幾何学を展開してきました。ほかにも超代数幾何学やp進Teichmüller理論（および遠アーベル幾何学）にも関わっており、最近は正標数代数多様体におけるCartan幾何や（G、X）構造（ただしGは代数群、Xはその商として得られる等質空間）の幾何学に取り組んでいます。

関わっている理論や分野の名前をこのように挙げれば取り止めなく数学をやっているように聞こえるかもしれません。（実際それは間違ってないのですが）しかし、私の研究においてつねに中心に位置するキーワードに「モジュライ空間」という概念があります。

2．モジュライ空間とは

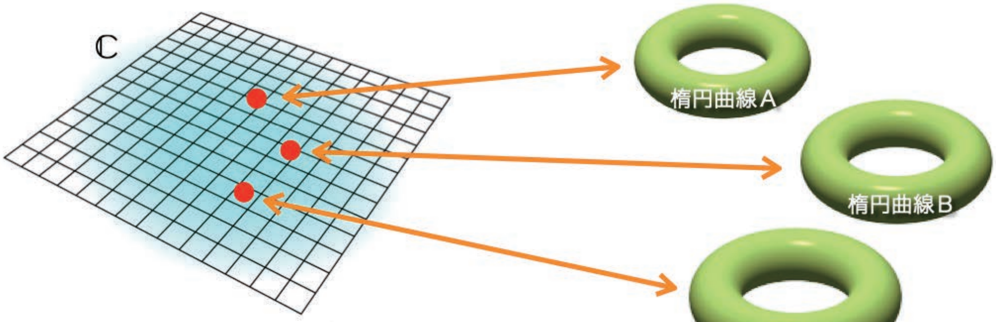
私たちは「四面体」という言葉の定義を知っています。それでは、四面体の定義を知っていれば四面体について完全に理解したことになるのでしょうか。おそらく違うでしょう。たとえ定義を知っていたとしても、私たちには以下のような問いについて考える余地が残されています：

- 二つの四面体を「同じ」とみなすのはどのようなときだろうか。
- 四面体にはどれだけの種類があるのだろうか。
- 四面体どうしの「似ている具合」をどのように測ればよいだろうか。

これらはいずれも四面体たちが織りなす関係性や多様性の在り様、つまり比喩的に言えば「四面体たちの社会」に関する問いかけです。四面体たちの社会について理解が進んだとき、私たちは一段と四面体に対する認識を深めたと言えるのではないでしょうか。

与えられた条件を満たす（たとえば四面体のような）数学的対象を分類し、それらの関係を理解することは、数学における中心的な課題の一つです。そのアプローチとして、対象たちの集まりを、幾何学的構造を持った空間と捉える観点があります。数学的対象を分類する

このようなパラメータ空間のことをモジュライ空間と呼びます。例えば、主偏極アーベル多様体を分類するモジュライ空間やインスタントンを分類するモジュライ空間など、数学の世界には様々な種類のモジュライ空間があります。皆さんお馴染みの射影空間も、アフィン空間内の直線を分類するモジュライ空間にほかなりません。



ℂ上の楕円曲線を分類する粗モジュライ空間 ≅ ℂ
（楕円曲線は j-不変量によって分類される）

諸々のモジュライ空間に内在する（計量の存在や連結性といった）幾何学的構造を分析することによって、分類している対象どうしの関係や変形の在り様など（つまり、先ほどの言葉でいうところの「社会」）を、幾何学における言語や観点に基づきより高い精度で理解・記述することが可能です。スローガンを掲げるならば、

「○○を分類するモジュライ空間の幾何学」＝「○○たちの社会学」

と言えるのではないでしょうか。たとえばモジュライ空間が連結であるならば、それが分類している対象のうちどの二つも連続的な変形で移り合うことがわかります。

また、異なるモジュライ空間どうしの比較は私たちに重要な事実をもたらすことがあります。二つのモジュライ空間の幾何学的構造あるいはそれぞれに付随する不変量が何らかの意味で等価であるならば、一方のモジュライ空間が分類する対象の情報によって他方の分類の様子が理解できます。このような方法によって対象や現象の背後に潜む個別性を越えた深い結びつきが見出される場面は数学において随所に見られます。幾何的Langlands対応やMNOP予想などはそういった観点を含む主張（予想）です。

３．代数曲線のモジュライ空間

私がとくに興味を持っているモジュライ空間は「代数曲線（あるいはRiemann面）のモジュライ空間」です（こいつはとにかく可愛い！）。より正確には、$2g-2+r>0$をみたす非負整数の組(g, r)に対して定まる、種数gのr点付き非特異射影代数曲線を分類するモジュライ空間を考えます。代数曲線を大雑把に説明すると、代数多様体、つまり局所的に多項

式系の零点集合として表される幾何的対象のうち、一次元のパラメータによって記述されるものです。複素数を係数に持つ代数曲線はRiemann面とみなすことができます。

一次元と聞いて「なんだか大したことなさそうだな」と思われるかもしれません。しかし実際は、一次元でも非常に奥深く、未開の領域をたくさん秘めています。その一方で、高次元ではないこともあって比較的扱いやすく、様々な数学を展開するポテンシャルを備えた両面あわせ持つ存在です。たとえば有限体上の代数曲線に関する理論は、符号理論や暗号理論などにも応用されています。

また、代数曲線のモジュライ空間の構造は、一般にはいまだ完全に理解されているとは言えず、依然としてミステリアスな魅力を放っています。この空間は数学の世界において主役級のキャラクターの一人と言っても過言ではないでしょう。歴史的にもこのモジュライ空間を理解することにおいて（Teichmüller理論に代表される）多くの数学が発展し、多岐にわたって分野の繋がりが見出されてきました。以下では、代数曲線のモジュライ空間に関係するトピックをいくつか簡単に紹介します。

【p進Teichmüller理論】 Riemann面の一意化理論の類似を、標数p>0やp進的な幾何学の世界で展開させたものがp進Teichmüller理論です。この理論では、正標数代数曲線上で定義される「べき零固有束」という接続付きPGL（2）-束が中心的な役割を担います。たとえば、通常べき零固有束は下部代数曲線の正準的p進変形を誘導し、標数pの体およびp進体上で定義される代数曲線たちの間の繋がりがもつ深い数論的現象を詳らかにします。また、そういった固有束をp進変形して得られるクリスタルは、Riemann面の一意化に付随するFuchs表現のp進類似を与えます。このような事実の背景には、（通常）べき零固有束付きの代数曲線を分類するモジュライ空間の構造に対する研究があり、その空間上で構成されるFrobenius持ち上げや無限遠点における状況の分析などが議論の核となっています。

【遠アーベル幾何】 各代数多様体に対し、エタール基本群と呼ばれる位相群を考えることができます。 これは位相的基本群、 つまり多様体内のループのなす群の対応物としてGrothendieckにより導入され、「代数多様体（あるいはより一般のスキーム）のGalois理論」を実現するものです。遠アーベル幾何では、エタール基本群において生じる双曲的代数曲線の数論的現象（剛性）を理解することが目標の一つです。たとえば、Grothendieck-Teichmüller群という、r（>3）点付きのRiemann球面を分類するモジュライ空間たちの基本群から定まる群があります。エタール基本群の性質から、有理数体の絶対Galois群がこの群に埋め込まれていることが分かります。出自の異なるこれらの群の比較（まだ完全には解明されていません）によって、モジュライ空間の幾何が有理数体のGalois拡大によって統制される様子を記述することが可能になります。

【交叉理論】部分多様体の交叉の様子や数え上げに関する技術を提供する理論が交叉理論です。代数曲線のモジュライ空間に関連する交叉理論は、たとえばGromov-Witten理論のように理論物理学（弦理論）を背景の一つとしながら大いに発展してきました。二つの或る量子重力モデルが等価であるという期待から数学的に定式化されたWitten予想というものがあります。これは代数曲線のモジュライ空間（のDeligne-Mumfordコンパクト化）上定義されるψ-類の交点数の生成関数がKdV階層のτ関数になるという予想であり、一見すると計算が難しそうなψ-類の交点数を具体的に導くことができる驚くべき主張です。今となってはKontsevichをはじめとする数学者たちによって多様な証明が与えられています。このように理論物理学と呼応してモジュライ空間の理論が進展していくのは興味深い出来事です。

【トロピカル幾何】各頂点や各辺に数値的データを付与して定まるグラフを「トロピカル曲線」と呼びます（異なる定義もあります）。トロピカル曲線は純粋に組み合わせ論的対象であり、したがってそのモジュライ空間の幾何学的構造もまた組み合わせ論的に記述し得るものです。じつはその空間と代数曲線のモジュライ空間の間に、Berkovich解析化を介した幾何的な繋がりを構成することができます（Abramovich, Caporaso, Payne）。この繋がりの背景には、トロピカル曲線を代数曲線の或る種の極限（トロピカル化）と見なしているという観点があります。このような繋がりは、代数曲線のモジュライ空間の構造を理解するための組み合わせ論的アプローチを提供し、先に触れた交叉理論における諸々の数え上げ問題への応用をもたらしてくれます。

4. 今までの研究について

冒頭で私の研究分野について簡単に紹介しました。ここでは、（参考になるかわからないですが）今までの経緯を振り返りながらそのうちの一部をお話しさせてください。

【修士課程】大学院では望月新一先生に師事しました。修士課程のはじめの頃に読んで勉強したのは、SGAシリーズやその後の研究に繋がる文献、たとえばモジュライ空間の一般論や対数幾何学に関するものなどです。そしてその合間を縫って（というか気分転換に？）できるかぎり幅広く各分野の文化に触れるようにしていました。そのおかげで自分の興味の範疇にある領域の全体像を(当時も今も低い精度ですが)把握することができたと同時に、研究を前に進めるために必要な「問いの立て方」をそこから多面的に学んだような気がします。

遠アーベル幾何に関する研究が修士論文のテーマになりました。具体的には、カスプ化と呼ばれる、有限体上定義された代数曲線の配置空間を群論的に復元する問題です。修士二年の始めごろから修士論文を書き始めましたが、当時の私はTeXを使ったことすらなく、初めて書く論文にとにかく悪戦苦闘した記憶があります。何度も書き直しては文章の構成を組み替え、証明を洗練させ、その結果かなり時間がかかってしまいました。

今となっては遠アーベル幾何は私の中心的な研究テーマではありませんが、このときに理論の奥深さや哲学の一端に触れることができ、とても有意義な二年間となりました。

【博士課程】博士課程ではどんなことをやろうかと悩みつつ、いろんな勉強をしてしばらくふらふらしていたのですが、あるとき一つの未解決問題と出逢います。Kirti Joshiさんという方による予想なのですが、それはdormant PGL（n）-operの個数を明示的に与える公式の正しさを主張するものです。Dormant G-oper（ただし、Gは簡約代数群）という正標数代数曲線上の対象は、p進Teichmüller理論のなかで論じられる休眠固有束を一般化した概念です（G＝PGL（2）の場合が休眠固有束に相当）。たとえばdormant GL（n）-operは、根がすべて代数的で主表象が可逆なn階線型常微分作用素に対応します。

このような対象の数え上げに関する先行研究はほとんどなく、当初は本当にその予想が正しいのか確信が持てませんでした。しかしその公式の美しさと意外さゆえに「自分がその予想を解決したい！」と強く思った当時のことは今でも鮮明に覚えています。その後の研究の方向性を決定づけた瞬間でした。

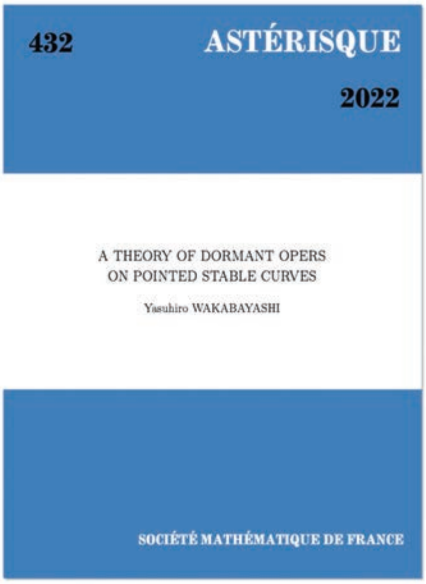
n＝2の場合、つまり最も簡単な場合でこの予想が正しいことを示した論文が私の博士論文です。dormant PGL（2）-oper（＝ 休眠固有束）を分類するモジュライ空間の構造については、すでにp進Teichmüller理論のなかで詳細に分析されています。そういった先行研究と簡単なRiemann-Rochの定理の計算を組み合わせることにより相対Grassmann多様体の次数公式（Gromov-Witten不変量の計算）と関係づけ、証明することができました。証明は決して難しくありませんが、p進Teichmüller理論とGromov-Witten理論がこのような形で結びつくことに対し、論文を書いた当時はひたすら感動していました。

【ポスドク～助教】この頃は複数の研究テーマに取り組んだのですが、Joshiさんの予想にも継続して関わっていました。一般のnに対して博士論文と同様のアプローチで解決するためには、p進Teichmüller理論の一部を大きく拡張・一般化する必要があります。当時はdormant operのモジュライ理論はおろか、それが前提としている対数スキーム上の接続付き主束に対する一般論も十分に整備されている状況ではありませんでした。必要な段階を一から積み上げながらコツコツ証明を書き進めていくなかで（学生の頃はまったく分からなかった）元々のp進Teichmüller理論に対する理解も同時に深まっていったように思います。

論文を書き上げてからも査読が終わるまでにかなり時間がかかりましたが、最終的に、一連の基礎理論と一般のnに対するJoshi予想の証明は以下の本（左下の写真はその表紙）になりました：

Y. Wakabayashi, A Theory of Dormant Opers on Pointed Stable Curves, Astérisque 432, Soc. Math. de France（2022）, in press.

Joshiさんが予想した公式は、数学的にも精神的にも多大な成長を促してくれました。その公式は私にとって大切な先生の一人です。



2021年9月（当時は東工大に所属）
すうがくぶんか（株）と東工大のコラボ企画で
p進Teichmüller理論についての講演をライブ配信したときの様子

ちなみに、dormant oper やそのモジュライ空間は（先ほど触れた相対Grassmann多様体との対応のみならず）多種多様な数学的対象との関わりがあり、たいへん面白いです。たとえば、完全退化曲線上の dormant PGL（2）-operは、彩色グラフや有理凸多面体内の格子点と対応し、組み合わせ論的にその数え上げ幾何学を記述することが可能です。また、dormant Miura PGL（2）-operと呼ばれるものは、（たとえば小平消滅定理の反例となる）いわゆる「病理的な」正標数の代数曲面を誘導します。さらにそれらはGaudin模型におけるBethe仮説方程式の有限体上の解とも繋がります。このような連関を通じて各々の対象に対する理解を相互的に深めることができます。

5. 大学院進学を考えている学生の皆さんへ

以上の説明で紹介したトピックは、関連する数学のなかのごく一部です。それらは様々な数学とリゾーム状に相互接続しており、分野横断的な研究の可能性に開かれています。ですから（ここでは代数曲線に関連するモジュライ空間についておもに説明しましたが、それに限らず）自分の関心に沿った研究内容やアプローチを見つけることがきっとできるはずです。主体的にテーマを考え研究に取り組んでみたい学生さんは大歓迎です。

数学研究の日々には、人や文化や歴史との素晴らしい出逢いがあります。そして現象と向き合い発見していくことのかけがえない喜びがあります。楽なことはほとんどありません。ぜひ学生の皆さんには、人類が連綿と繋いできた数学というバトンリレーに関わることを通して、心震わせる物事に出逢い、自らそれをとことん深める経験をしてほしいと願っています。

応用解析学講座

数理物理学や情報科学に現れる様々な非線形現象を、力学系として微分方程式や差分方程式などでモデル化し、その解析のために新たな解析学的手法や数値実験的手法を開発・応用し、現象に潜む原理を解明すると供に、解析学自体へのフィードバックをも目指す。

教授

杉山　由恵

Sugiyama Yoshie

非線形偏微分方程式論を専門としています。特に、生命現象を背景とした移流拡散方程式系を研究対象とし、関数解析的手法による数学解析に取り組んでいます。平成27年度にJST戦略的創造研究推進事業さきがけ「社会的課題の解決に向けた数学と諸分野の協働」に採択されています。以来、医学や医療工学、物理学や数値解析学の諸分野の研究者等と連携し、医療機器開発を視野に数値シミュレーションによる現象の再現・視覚化を目指しています。このために、実現象を定性的・定量的に記述する数理モデルを構築に取り組む等、数学解析と数理モデル構築を両輪として研究を展開しています。

■“微分方程式を基盤とした数学研究”への期待

自然法則は関数に微分を作用させた項を含む方程式（微分方程式）で記述されることが通常です。微分方程式の例として、質点に関する運動の第２法則（ニュートンの運動方程式）を学習したことがある方も多いことと思います。

微分方程式で記述される自然現象は多種多様です。例えば飛行機が運航時に作り出す空気の流れは“流体の（連続方程式と）運動方程式であるNavier-Stokes方程式”で記述されています。このーNavier-Stokes方程式ーは、世界中の多くの研究者によって数学解析され、その過程において新しい数学の枠組みや理論が開発される等、数学発展への貢献の多大な方程式です。

数学分野に留まらず、理学・工学・医学分野の科学者を魅了してやまないNavier-Stokes方程式です。その一意可解性問題はクレイ数学研究所によって2000年に提唱され、100万ドルの懸賞金もかけられている７つの数学問題のひとつに挙げられています。

ミレニアム問題：任意に与えられた初期条件に対して、Navier-Stokes方程式は時間大域的な一意正則な解を有するか？

$$\rho\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}+\rho(\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v}=\nabla[-p\mathbf{I}+\mu\{\nabla\mathbf{v}+(\nabla\mathbf{v})^{\mathrm{T}}\}]+\boldsymbol{f},\quad \rho(\nabla\cdot\mathbf{v})=0$$

興味のある方には、是非、ミレニアム問題に関する記事に目を通して頂きたいと思います。（例えば、以下をご参照下さい。）
https://matome.naver.jp/odai/2134641375620843001

その他の興味深い例として、生命現象を記述する偏微分方程式数理モデルがあります。ヒト体内の生命維持には血液細胞の一種である白血球の働きが欠かせません。ある種の白血球はバクテリアを貪食し、体内の殺菌を行っています。このような生命現象もまた「白血球の個体密度」や「白血球走化性を惹起する誘引物質の濃度」を未知関数とした微分方程式を用いて記述されます。

では、流体現象や生命現象をNavier-Stokes方程式や走化性方程式といった微分方程式を用いて記述すると、どのようなアウトプットを期待できるのでしょうか。実は、流体や細胞運動の時経変化を予測する、つまり、未来を予見することが可能になります。微分方程式を駆使すれば、初期時刻での個体密度等を情報（初期条件）として与えることで、時間発展した後のそれらの様態（解構造）を知ることが出来るのです。

現象について、今後起こりうる様態変化を予測したい、これは自然な欲求です。微分方程式を上手に活用することで､こうした要望に応えることが可能になるのです。

微分方程式に基づく数学研究は、関数解析的手法、実解析的手法、数値解析的手法、変分法的手法、接合漸近展開法、等のさまざまなアプローチにより、自然界や生体内の興味深く、神秘的で多様な現象について、未来予想図を描くことを可能にしてくれます。更にそれらは、自然現象解析や生命現象解析に留まらず、社会計画・医療機器開発・贋作鑑定・効率の良い広告活動の選定等にも有効です。

これらはほんの一例であり、実際、微分方程式により自然科学、工学、社会現象等で解明される事例は、列挙に暇がありません。最近では、社会における支配原理・法則が明確でない諸現象を数学的に記述・解明するモデル創出を目的としたJSTプロジェクトも数学協働領域に設定されています。このように、近年、数学分野の研究者等が自らの研究領域を超えて、自然科学、情報科学、工学、生命科学の理論や実験の研究者等と連携することの重要性の認識が進み、連携を潤滑に進めていく基盤が整いつつあります。

今後、数学解析の進歩に立脚し、微分方程式を活用した異分野融合型研究が発展していくことで、我々の生活はより豊かになっていくことでしょう。

■私の従来からの数学研究

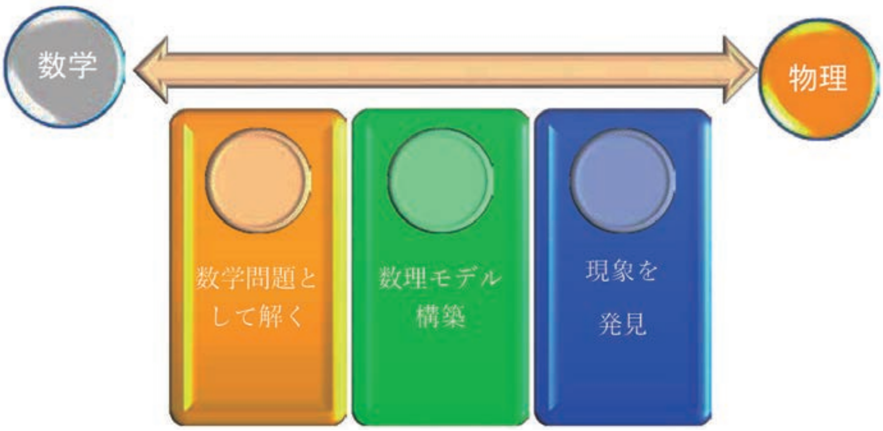
数理生物学の基礎方程式を中心とした非線形偏微分方程式を研究対象としています。研究手法としては、関数解析学，調和解析学等を採用しています。

解の時間局所・大域的存在と一意性、正則性、安定性に加え、空間時間変数に関する漸近挙動解析や特異性解析が主たる研究テーマです。

解の存在・一意性・安定性は方程式の“適切性”とよばれ、偏微分方程式論の基本的な問題意識です。私は、走化性方程式を中心に、適切性解析の研究に従事しています。加えて、特異性解析も研究対象としています。具体的には、非線形方程式特有の現象である解の有限時間爆発とその（有限時間・無限時間）漸近挙動を、関数解析学的アプローチにより解析しています。更に、関数のクラスを測度値解まで広げることで可能になる、“大きい初期値を持つ解の時間大域的構造”を明らかにしようとしています。上述の数学解析を通じ、移流項を有する拡散方程式に関して、移流と拡散のバランスに指標を導入した統一理論を構築することを最終目的としています。

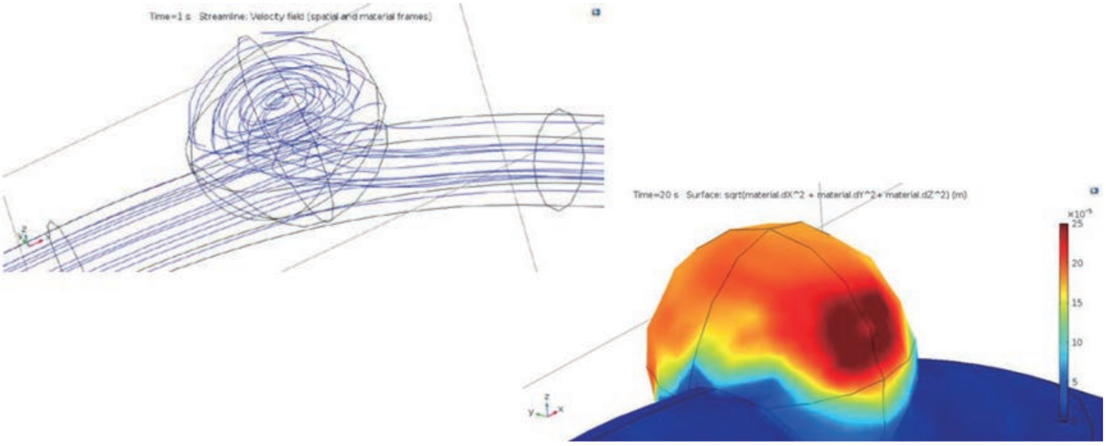
■私の近年の研究興味

構築された数理モデルについて「数学問題を設定して解く」ことは数学研究者にとって最も重要な研究課題です。一方で、「現象を発見すること」が、物理学研究者にとって最上位課題であるということを見聞きします。



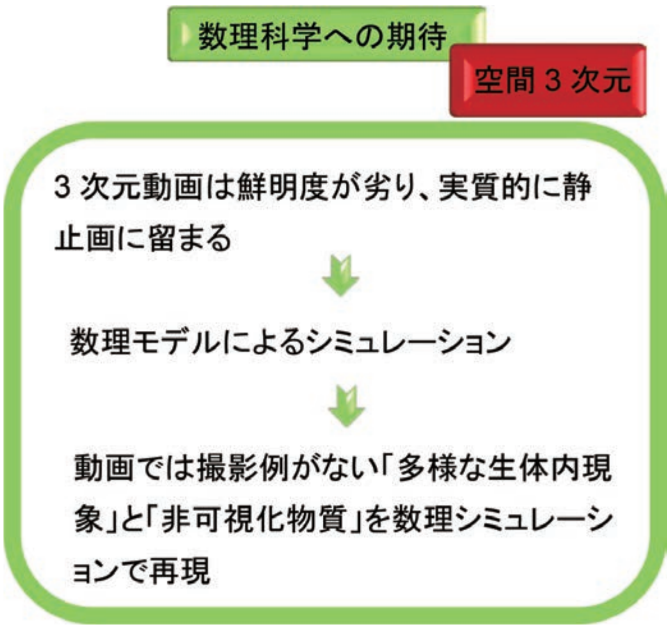
「数学問題を設定して解く」と「現象を発見する」の間に数理モデル構築があります。現在、私は生体内現象、特に血栓を疾患対象として偏微分方程式数理モデルを構築しています。

同モデルに基づく数値シミュレーションを通じ、医療機器開発に繋げようとしています。より具体的には、脳動脈瘤の治療シミュレータ開発を目指しています。数学研究者が医療機器等の実用化を試みるとき、分野横断型・異分野融合型研究が欠かせません。学際的研究を推し進めながら、数学研究では出逢わない苦難や喜びに、気づきや発見の多い日々を送っています。



■数学・数理科学への期待

多光子顕微鏡の開発等、生体内の撮影技術は日進月歩です。将来的には、生体内を空間3次元動画で鮮明に映し出せる日が来るかもしれません。現在の工学技術では、空間2次元については、この期待に十分に応えています。一方で、空間3次元については、今後の進歩が待たれるところです。



数理科学の強みは、動画では撮影しきれない現象を（仮説に基づいて構築された）数理モデルを用いることで、多様にかつ容易に再現出来ることにあります。医師の経験や医学論文を通じて得られた知見を基に仮説を立てることで、実行される数値シミュレーションを、より実現象に近づけていくことが出来ます。

■研究者の道へ

現在、数学研究や科学研究に魅了される日々を送っています。私が数学を専門分野として研究者を目指そうと考え始めたのは、高１の春（16歳になって間もない３月）でした。中学時代は弁護士に憧れていましたが、高校時代の国語の先生から京都大学博士課程に籍を置く教え子の研究生活の様子を聞かせて頂くうちに「博士課程進学」への憧れを募らせていくようになりました。

大学卒業後、早稲田大学大学院に進学した後、数学研究者を目指した生活が始まりました。早稲田大学（助教）・津田塾大学（准教授）・大阪市立大学（教授）・九大数理学研究院（教授）勤務を経て、2018年4月に大阪大学情報科学研究科に着任致しました。



研究者人生で、最初の転機となったのは、指導教官（早稲田大学）との出逢いです。指導教官の言葉で最も印象に残っているものは「君にはPassionがある」です。時を経て、私も博士課程の学生さんを指導する立場になりました。Passionのある学生さんに出逢うとき指導教官がおっしゃって下さった言葉を思い出します。第二の転機は、津田塾大学勤務４年目に頂いたサバティカルリーブ（研究休暇）です。ヨーロッパでの一年間の滞在（ドイツ・スペイン）では、年齢も国籍も異なるLuckhaus教授（背の高い青い目のドイツ人・Max Planck 研究所）との素晴らしい出逢いがありました。数学を通じてLuckhaus教授との間に生まれた絆は、永遠に変わることがないと信じられる私の人生の財産です。

数学を通じて繋がる関係は、深くて強いものです。素敵な出逢いは、次の素晴らしい出逢いを呼び寄せてくれるようです。私の場合はLuckhaus教授がVelazquez教授（スペイン人・Bonn大学）に、Velazquez教授がCarrillo教授（スペイン人・Imperial College London）に。こうして国籍を超えて友情が広がっていきました。

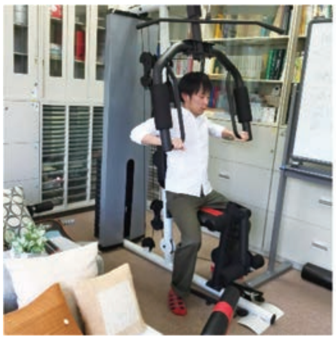
■大阪での二度目の勤務

津田塾大学勤務時の居住地は池袋で、大阪市大勤務時は心斎橋に、九州大学勤務時には天神近く、現在は、梅田近くに居住しています。2011年から2012年には、大阪市立大学にて教鞭をとりました。この頃は、心斎橋のパーソナルトレーニングジムに通っていて、心温まる思い出をたくさん持つことが出来ました。2018年からは二度目の大阪での勤務が始まっています。これから、多くの思い出が築かれていくことを楽しみにしています。

■博士学生さんとの関わり

九州大学時代は、学生さん達から、毎年Happy Birthdayを祝ってもらいました。写真は彼らからのプレゼントです。

九州大学時代は、Healthy Labを目指して、研究室にトレーニングマシーンを置いていました。九州大学着任と同時に、私が指導を開始いたしました学生さんが一名います。数学と体力を共に鍛え、2018年3月には博士号を取得しています。



数学研究とともに、学生指導・後進の育成に尽力していきたいと思っています。

【近年の主な業績】

1．Carrillo J.A. and *Sugiyama Y*, Compactly supported stationary states of the degenerate Keller-Segel system in the diffusion-dominated regime, Indiana University Mathematics Journal（in press）.

2．Kawakami T and *Sugiyama Y*, Uniqueness theorem on weak solutions to the Keller-Segel system of degenerate and singular types, Journal of Differential Equations, 2016, 260, 4683-4716.

3．Kozono H, Miura M, and *Sugiyama Y*, Existence and uniqueness theorem on mild solutions to the Keller-Segel system coupled with the Navier-Stokes fluid, Journal of Functional Analysis, 2016, 270, 1663-1683.

4．*Sugiyama Y*, Partial regularity and blow-up asymptotics of weak solutions to degenerate parabolic system of porous medium type, Manuscripta Mathmatica, 2015, 147, 311–363.

5．Miura M and *Sugiyama Y*, On uniqueness theorem on weak solutions to the parabolic-parabolic Keller-Segel system of degenerate and singular types, Journal of Differential Equations, 2014, 257, 4064-4086.

6．*Sugiyama Y*, Tsutsui Y, and Velázquez J.J.L., Global solutions to a chemotaxis system with non-diffusive memory, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2014, 410, 908–917.

准教授
茶碗谷　毅
Chawanya Tsuyoshi

1966年北海道札幌市生まれ、理学部物理系の非線形動力学の研究室の出身です。現在は様々な系の時間変化を抽象化して捉えそれらの中にある普遍的な構造についてよりよく理解する、ということをめざして力学系の研究をしています。特に大自由度の力学系で複雑な時間変化が生じる機構について興味を持っていて、主に計算機による数値実験等を使って研究を進めています。

どんな分野の研究をしているのか

これまでの経験を分析して未来を予測すること、あるいは望ましい挙動を示すように系を構築することは、様々な分野において重要な位置を占める課題です。このために、状態の時間変化が与えられた規則に従うとする、数理的なモデルを用いた研究が広く用いられています。モデルは現実の世界を何らかの形で単純化したものですが、モデルの選び方によっては必ずしも目的とするシステムの振る舞いを再現できるとは限りません。よりよいモデルを手に入れるためには時間発展の規則とそこから導かれる系の挙動との間の関係を理解することが重要になります。ただし、この時間発展の規則とそこから生じる挙動の関係は必ずしも単純ではありません。環境を一定に保った系においても周期的な振動や不規則な揺らぎが自発的に現れたりします。系の状態が複雑に変化している場合、それは外部環境が複雑に変化したためであるかもしれませんが、そうではなくて系が従う時間変化の規則により自発的に作り出されているという可能性も考えられます。そのため、時間変化を伴う現象について理解する上では、様々なモデル系がどのような時間変化を伴う挙動を示し得るのかを知っておくことが必要になります。計算機の発達とともに多数の変数を持つ複雑なモデル系が様々な分野で用いられるようになる中、大自由度の力学系についてさらに深く研究していく必要があると考えています。

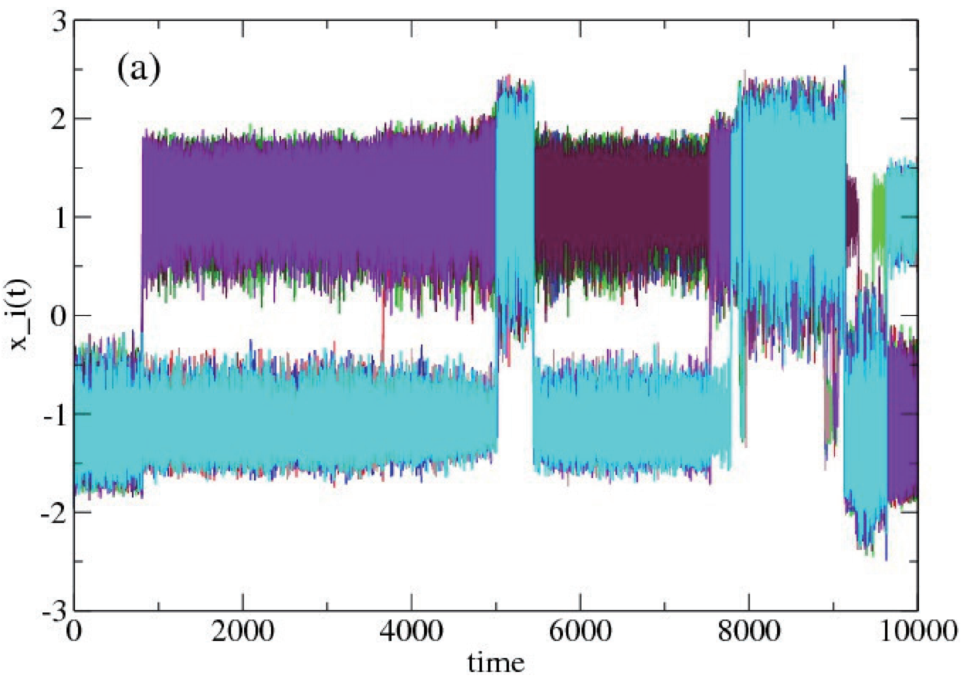
興味の方向性とテーマ

私自身についていうと、割と具体的な系に関係したモデルがしめす少し不思議な現象とそのメカニズムについて興味を持つことが研究のきっかけとなることも多いのですが、直接研究の対象としている力学系はそれ自体は抽象的な「数の世界」に属するものですし、目指している目標としてはある種の力学系が普遍的にもつ構造を明らかにするという基礎的な部分を指向したものがあります。研究を進める上では、具体的に作業系を設定してその挙動を計算機を用いて調べ、その観察結果を元に仮説の構築・検証を行

うといった、実験系の研究に近いアプローチが大きな部分を占めています。比較的単純で現実の系とも対応するような規則を持つ系において観測される現象の裏に、いたる所不連続な構造や無限の繰り返し構造等、現実離れしたようにも思われるほど複雑な数学的構造が隠れているのを見ることができたりするのが面白いところだったりします。

テーマとして、これまでに扱ってきた主なものをあげると次のようなものになるかと思います。ただ、入り口として考える系や現象がなんであっても、面白い現象を生み出すメカニズムの根本的な部分を探っていくと、系の詳細にはよらない一般的な構造が見えてくることはあります。というわけで、扱う系についても特に下のようなものに限って考えているわけではありません。

－大自由度の写像系の振舞いとその機構－



１次元あるいは２次元の実区間上で定義された単純な写像系は、カオスの研究においてとても大きな役割を果たしてきました。こういった少数次元の力学系で見られるものとは本質的に異なる構造について知ろうとするときに有望な作業モデル系の一つとして「結合写像系」といわれるような大自由度の写像系があります。

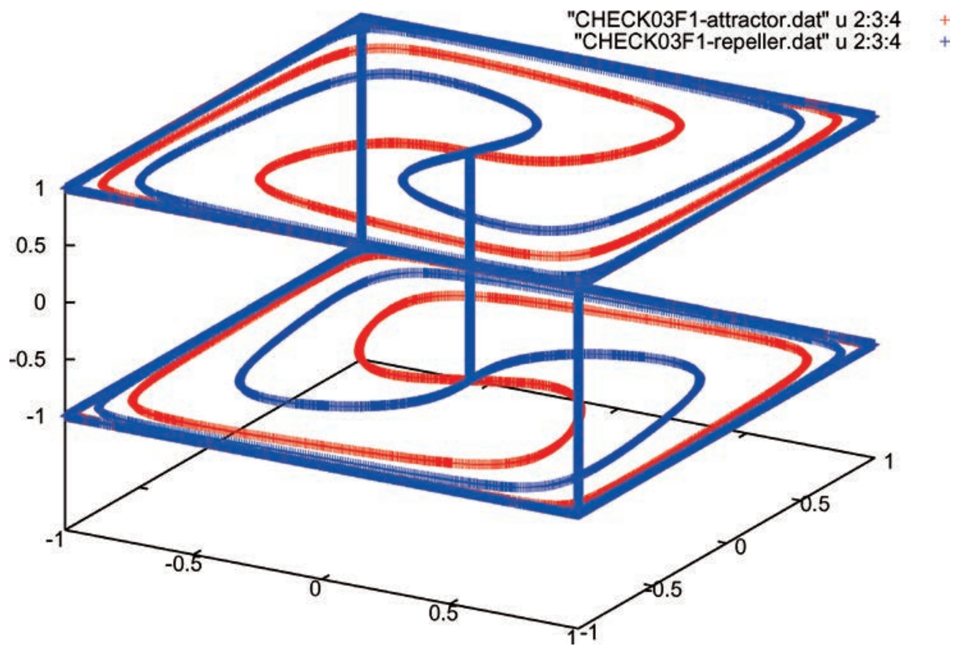
この系が示すいろいろな振舞いについては、特に数値実験を用いていろいろな角度から調べられて、様々な面白い現象が見つかっていますが、その機構の部分は謎のままになっているものも結構あります。その中でも特におもしろい現象としては、多数の要素がからなる系がしめす異なる集団としての挙動が、個々の要素の挙動とは全く違ったも

のになるという現象があります。個々の要素の振る舞いとは大きく異なる集団としての挙動がどのようにして作り出されているのかという機構について研究を行っています。

－ある種の拘束条件を持つ力学系でみられる特異な構造－

様々なシステムやそこで見られる現象に対応するモデル系として力学系を考える場合、元の系がもつ対称性や保存則といった性質を反映した力学系を考えるのが自然であろうと思われます。このような力学系はある意味「特殊」な力学系ではあるのですが魅力的な研究の対象です。

例えば、いろいろな生物の個体数の増減を生物間の相互作用を取り入れて記述する生態系の個体数変動のモデルは、それ自体非線形の力学系の研究のなかでも重要な役割を果たしてきています。多くの種が含まれるような系において見られる現象には、多様な種が共存する生態系の成り立ちを考える上でも、また大自由度の非線形力学系の持ちうる構造を考える点でも、それぞれ興味深い点があり、研究の対象として考えています。



実際には主にどんなことをやっているのか

計算機を使って行う数値実験のなかで現れる謎の現象が、どのような機構で起きるのかを調べる。ということをやっています。

私が主に扱っている対象は決定論的な力学系です。常微分方程式系、あるいは時刻を離散的なものとして考えて

$$X_{n+1}=F(X_n),\quad X_{n+2}=F(X_{n+1}),\ .\ .\ .$$

のように状態の時間変化をあらわす写像を繰り返し作用させて、その結果えられる点列を時系列をあらわすもの（軌道）としてみなすというようなものを扱っています。

基本的に扱う系は初期条件を与えるとその後の軌道は一意に決まってしまうようなものですから、数値実験といっても計算機は与えられたルール（プログラム）にしたがって計算を行い結果を出してきます。そういう意味では「実験」するまでもなく結果は決まっていて、「謎の現象」の入り込む余地などないように思うかもしれません。しかし実際には時間発展のルールをみればそこからすべてがわかるような系はむしろほんの一握りの例外的なもので、大概のシステムの振る舞いには謎が残っています。ちょっと状態空間の次元が大きくなるともうわけがわからないことだらけで、どこから手を付けてよいのかもわからないくらいのことも多いのです。こういったわけがわからない系に対しては、数値計算の結果はやってみないことにはわからないまさに「実験」です。

一見わけがわからない振る舞いをする系に対して「こうやって見てみるともしかしたら何かわかるかもしれない」という切り口を考えてみたりしながら、いろいろな実験をしてみてその結果を観察することで手がかりとなると思われる規則性や特徴を探し、さらにその規則性の正体を見極めるために工夫して実験を行ったり、何が起きているかを考えて仮説をたてそれをいろいろな方法で確かめる。というようにして研究を進めていって、何らかの形で今まで誰も知らなかった知識を手に入れることを目指す、というようなことをやっています。

大学院生の研究について

上にも少し書いたように、非線形のダイナミクスの研究にはいろいろな側面があります。普遍性を持った基礎的な構造や概念を定式化していく、計算機実験を用いてモデル上でのいろいろな現象を観察していく、あるいは生物等も含むいろいろな実際世界で見られる現象を題材としてその奥にある動力学的構造を調べるなど、人により目指す方向もいろいろだと思います。どういう方向を目指すにしても、力学系についての基本的な関する理解と計算機実験をするための基本的なプログラミング等は勉強していく必要があります。ということで、多分最初にカオスに関する部分に重点をおいた力学系のテキストを読んだ後、具体的なテーマについて考えていくということになると思います。

研究するテーマについては、ある程度具体的な現象に関係するものについて、いろいろな計算機実験をしていくというものを希望する学生さんが多いです。その場合題材は必ずしも上で挙げたようなものとは限らず、自分で興味を持った現象について研究してもらえればと思います。自分で興味を持った面白そうな何かをとっかかりとしていろいろ調べていくと、多分同じような疑問を抱いて調べた他の人の論文を読むことになります。それらを理解するために勉強するなかで必要な知識を身につけ、また疑問点を整理してさらに調べていくというようにして進んでいくことになるでしょう。ある意味とても混沌としたところのある研究分野ですし、研究をスタートする時点では十分な基礎知識があるわけではないので、最初の予定通りに進まずに予想していなかった方向に進んでいくことはよくあります。そういう意味では現象論的な方向で研究をしていくつもりであっても、場合によってはかなり基礎的な部分について研究することが必要になったり、その逆になることもあると思います。

いろいろな試行錯誤が避けられない「手探り」での研究という要素が強く、ある程度「なんでも屋」として研究していくことでこの分野の面白さを味わうことができるのではないかと思います。そういったわけで、謎解きのための試行錯誤を楽しむことができて、数学と計算機が好きな学生さんが来てくれることを希望しています。

その他（こういう研究をするようになった経緯など）

私自身が最初に扱ったテーマは神経細胞の集団的な挙動に関する研究でした。対象とした現象は、大脳のある領野において多数の神経細胞が同期して活動するという現象が観測され、さらにその同期の範囲が与えた刺激の特徴をよく反映したものになるというものです。これだけ書いてもなんのことやら？ という事になってしまいますが、脳内での情報処理に神経細胞の活動の大きさ（発火の数）だけではなく、活動のタイミングが重要な役割を果たしている可能性を示すものとして、大きな関心を呼んだ現象です。この現象に対して、なるべく単純でありながらその振舞いを定性的に再現するような数理的なモデルを構築していくという現象論的な立場からの研究で一応の結果を得ることができました。

この研究では、脳で行われている複雑な情報処理の仕組みを（実際の神経細胞よりは遥かにその振舞いがわかりやすいような）微分方程式などのモデルを用いて調べることにより明らかにしていくということを目指しているわけですが、最初の実験で扱っていた比較的単純な処理の部分から研究を先に進めてより複雑な高次の処理について考えていこうとすると大きな問題に突き当たりました。神経細胞の活動のような比較的具体的な観測の対象となる現象と、そこでの情報処理というある意味漠然とした高次の機能というものの間には大きなギャップがあります。微分方程式系などを使って表されるようなモデルを使うことによりこのギャップを埋めていくというのが大きな目標のわけなのですが、高次の機能に相当するような複雑さを持った現象が、微分方程式といった力学

系の枠組みのなかでどのように表現されうるのか、という点についてはあまりにもわからないことだらけでした。たくさんの神経細胞がもうちょっと複雑な処理をするような場合に対応するような数値実験をすることが仮にできたとして、その大量のデータをどのようにして見ればモデル系のなかで起きていることを理解できるのか、という部分がさっぱりわからないわけです。これではモデルを使って計算機実験して、それっぽい現象の再現ができたとしてもいまひとつうれしくありません。ともかくももう少し大自由度の力学系というものにたいする理解を持たないことには先へ進むのは難しいということで、大自由度の力学系についていろいろと調べているうちにこれはこれで面白い問題が出てきて色々と調べてきたということになるかと思います。大自由度力学系とは言っても具体的に取り組んできた対象の選択は実際のところかなり行き当たりばったりだったりするのですが、後から見ると色々なテーマの奥にはつながりが見えてきたりしてこれはこれで面白いと感じています。

大規模数理学講座

複素解析的微分方程式論、位相幾何学、代数幾何学、表現論と統計力学や場の量子論に端を発する数理物理学に関する分野の教育・研究を推進する。

教授

三町　勝久

Mimachi Katsuhisa

1961年東京都に生まれる。1988年名古屋大学大学院理学研究科博士課程前期課程修了、同年名古屋大学理学部数学科助手、1992年九州大学理学部数学科助教授、2000年東京工業大学大学院理工学研究科数学専攻教授。そして、2014年大阪大学大学院情報科学研究科情報基礎数学専攻教授。専門は複素解析的微分方程式、複素積分と表現論、数理物理。

理工学諸分野で現れる幾つかの素性の良い函数は、他の凡庸な函数と比較して特殊な地位を占めるという意味で、特殊函数といわれます。その最も基本的な例としてガウスの超幾何函数は有名です。

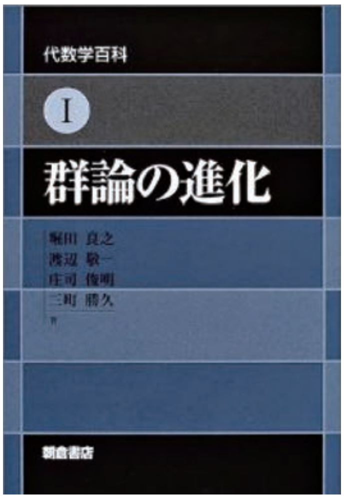
わたしの研究は、特殊函数の現代的な視点からの研究、特に複素積分と表現論からのアプローチです。この研究は、量子群、ヘッケ代数、無限次元リー代数など新しい代数系の表現論や、複素解析的微分方程式論、位相幾何学、代数幾何学、複素積分の理論、そして、共形場理論、可解格子模型、ランダム行列理論などの数理物理学の諸分野に至るまで、幅広い知見を縦横に駆使して行う、全く現代的なものです。

特殊函数というと、犬井鉄郎先生の「特殊函数」（岩波全書、1962年）という名著があります。この本をみると、ガンマ函数、ベータ函数、ガウスの超幾何函数、ヤコビ多項式やルジャンドル函数やエルミート多項式といった直交多項式、そして、ベッセル函数などという、人の名を冠したさまざまな函数が登場し、それらを、複素函数論を土台にした積分表示式、複素解析的微分方程式、母函数、昇降演算子を使って調べていることが分かります。この本は、いわば、特殊函数の古典的な扱い方をきちんとまとめたものであって、特殊函数を利用する物理、化学、工学諸分野の関係者への便宜を図っているものです。

たとえば、量子力学の教科書を開いてみましょう。すると、調和振動子の波動函数を表示するためにエルミート多項式が用いられてますし、水素原子の中の電子の波動函数にはラゲール多項式が用いられています。このように、何らかの物理量を具体的に表そうという場合には犬井先生の本に登場するさまざまな特殊函数が必要になります。そして、特殊函数を必要とする場面は、何も物理、化学、工学諸分野への応用を考えるまでもなく、数学のあらゆる分野においても現れます。解析学、幾何学、そして、代数学でも。

ところで、犬井先生の本で説明されている函数は、基本的には、一変数の函数です。

「微分積分講義」（日本評論社）：東工大の工学部の先生方とやりとりしながら、今までに無いタイプの教科書を作りました。



「群論の進化」（堀田良之、渡辺敬一、庄司俊明、三町勝久著、朝倉書店、2004年）：第４章「ダイソンからマクドナルドまで－マクドナルド多項式入門－」を担当しました。

ですから、多変数の特殊函数というものは、どうなっているのかということが自然な疑問です。実際、一変数の特殊函数の性質の多くが明らかにされた19世紀の後半には、多変数の特殊函数の研究が始まっています。その代表的なものとして知られているのは、19世紀から20世紀初頭にかけてのアッペルの２変数超幾何函数の研究とそれを自然に拡張したローリッツェラの多変数超幾何函数の研究でしょう。

しかし、アッペルやローリッツェラの研究に続く研究は、どうもうまくいくものがなく、その後、尻すぼみになってしまいました。多変数の特殊函数を扱う指導原理が欠落していたことと、一変数の特殊函数のときのように多変数の特殊函数が自然に登場する場面が特定できておらず、無理やり、数学的道具や数学的枠組みだけから、研究を進めようという態度が、うまくなかったのだと思います。簡単にいえば、多変数の特殊函数を議論できるほど、数学が発展してなかったということでしょう。

18世紀から19世紀にかけて、オイラー、ヤコビ、ガウスが創始し、20世紀のラマヌジャンが発展させた数学に「q 解析」があります。そこでは、五角数定理のような無限和＝無限積の形の q 級数にまつわる恒等式など、数学の宝が山のようにあります。そして、q 解析の一部分を成している話題として q 類似という概念があります。q 類似とは、ある数学的対象のパラメタ q を含む拡張であって、q を１に特殊化すると、元の数学的対象に戻るというものです。たとえば、犬井先生の本に登場する特殊函数の多くには q 類似があります。

しかし、q を１にすれば元に戻るという条件での拡張なら、いくらだって作れます。ところが、それなりの意味で、うまい性質をもつものは一通りしかなさそうだということが分かってきていて、ならば、それは何故かという問題意識が、20世紀後半に醸成されました。そのようなときに突如現れたのが量子群という概念で、1980代中頃、神保道夫先生とDrinfeld先生が可積分系模型を代数的に理解したいという問題意識から、そして、Woronowicz先生が非可換幾何学のモデルを一つでも作りたいという問題意識から、発見されたものです。ここで、量子群とひとことでいいましたが、神保・Drinfeldが発見したものは、いわば、リー代数の（正確にはその包絡代数というものですが、ここでは、そんなことは気にしないことにしましょう）q 類似であり、

Woronowiczの発見したものはリー群の q 類似であって、お互いに背中合わせの関係（双対性といいます）にあるものでした。

犬井先生の本に登場するさまざまな直交多項式は、実は、20世紀初頭からの研究により、リー群の球函数というものとして捉えられるということが分かっていましたので、ここで、量子群の球函数として直交多項式の q 類似が捉えられるか否やという基本的な問題が浮かび上がりました。球函数とは、リー群の対称性をもった空間の上の函数であり、カシミール作用素というリー群の対称性が遺伝した２階の微分作用素から構成される微分方程式の解となっているものです。この問いかけに対する最初の答えは、わたしを含む5 人のグループ（増田・三町・中神・野海・上野）とL.L.VaksmanとY.S.Soibelmanの二人組により与えられました。1988年のことです。SL(2) に対する量子群の球函数としてリトル q ヤコビ多項式という直交多項式の q 類似が実現されるという発見でした。これにより、奇しくも量子群のパラメータ q（これはプランク定数 $\hbar$ に対応）と、q 直交多項式の q とが同一視出来ることが示せ、19世紀以来の懸案であった q の幾何的な意味が明らかになったのです。

このときは表現の行列要素というものを計算しましたが、1 次式と2 次式の場合の計算ができただけで、これでほぼ間違いないと思えたほどでした。というのも、途中の計算は偉く複雑で、全くの視界不良状態でありながらも計算を進めると、最後の段階で殆ど神がかり的なキャンセレーションと因数分解が成立し、その予定調和的な係数の表示の美しさに、しばし茫然とする程だったからです。1988年の３月に入ってすぐの頃だったと思いますが、この感激は、いまでも思い出します。

その後は、おもに、野海正俊さん（立教大学教授・神戸大学名誉教授）との共同研究で、さまざまな量子等質空間を調べ、それまでに知られていたさまざまな q 直交多項式を量子等質空間上の球函数として次々に実現していきました。そして、q 直交多項式の親玉ともいうべきアスキー・ウィルソン多項式を実現できた1991年ころ、一変数の直交多項式と量子等質空間との関係を明らかにするための研究は、ほぼ完成の域に達しました。これらの結果は、V. Chari とA. Pressley の教科書 “A guide to Quantum Groups,”（Cambridge University Press, 1994）の第13章「量子等質空間」で詳しく解説されています。

さて、我々が量子群の表現論の研究を行っていた頃、多変数の特殊函数に関して、いくつかの事件が起こっていました。

G.HeckmanとE.Opdamが、対称空間上の球函数を一般化することにより、ルート系に対する超幾何函数および直交多項式という概念を提示した（1988）こと。統計学の分野で研究されたジャック多項式という多変数直交多項式（1970）の組合せ論的な研究をR.Stanleyが行った（1989）こと。I.G.Macdonaldが、ジャック多項式の q 類似を含むような、ルート系に対応する直交多項式（これはのちほどマクドナルド多項式と呼ばれることになります）を導入し、さまざまな性質を調べることを開始した（1989頃）こと。I.M.Gelfandが超幾何函数の組織的理解を目指す研究を開始した（1986）こと。そして、1984年にBelavin-Polyakov-Zamolodchikovにより開始

された共形場理論（ビラソロ代数の対称性を持つ２次元の場の理論の一種で、n 点相関函数が明示的に求めることができるという驚くべき性質をもつ）が発展し、n 点相関函数またはその片割れである共形ブロックと呼ばれる多変数多価解析函数とそれらがみたす解析的な偏微分方程式系であるKnizhnik-Zamolodchikov方程式（KZ 方程式）の研究が重要であることが分かってきたことなどです。Gelfandが1990年の春に初来日したおり、超幾何函数の研究の重要性を強調していたことも、大きな刺激になりました。

成田空港でGelfand 先生、上野喜三雄さんらと（『数学セミナー』
1989年8月号より(撮影：高橋礼司先生))。

わたしは、名古屋大学の大学院に入学し、青本和彦先生に師事しました。青本先生は半単純リー群の球函数の研究を出発点として、超幾何函数や球函数を含む多価解析函数の研究のために局所系係数のホモロジー論やド・ラム理論を含む複素積分の理論（２年生の時に習う函数論の複素積分そのものを指すように聞こえるのが難点です。函数論の複素積分を徹底的に現代化して扱うという意味では、必ずしも誤った受け取り方ではないのですが、何か別の良い呼び名が欲しいところです）を創始されました。その先生の指導の下、入学直後はランダム行列の相関函数の研究を行いましたが、当初の予想が次々に崩れていくにしたがい、次第にやる気を失っていき、いつのまにか、ただ論文を

読むことで一日が終わるという状態になっていました。そんな日々がある程度過ぎた秋ごろ、青本先生から、“q”の場合を本気でやってみたらどうかと勧められました。そのときは、神保先生の q の話も全く訳の分からないものという認識でしたが、青本先生が勧めてくれたのは、q で特殊函数をやるということだったので、これなら、日本では誰もやってないし、海外の研究者と全く異なる視点で実行すれば自分で切り拓ける場面があるかもしれないと思い、まずは、しばらくやってみようという気になりました。そして、実は、青本先生自身も、そのころから、独自の“q”へのアプローチを開始したところでしたので、毎週（だったか、２、３日おきだったか）、自分の計算結果を披露しあうというセミナーを二人で開始したのでした。ここで良かったのは、数学の出来上がるさまを直接眼で見ることができたということです。どんな立派な結果でも、まずは、素朴な小さな計算から始まります。そして、その計算は、未知のものであればあるほどたどたどしい。出来上がった数学しか学んでないと、そういう事すべてが消え去ったあとですから、いざ自分で数学を開始するときの戸惑いは大きいものになります。この点、先生が数学を作りあげていく過程を同時進行で報告してくれたことは有り難かったです。そして、これなら自分でも追いつけ追い越せるぞと思い、再び、数学への情熱は高まりました。

　ということで、けっきょく、q 差分系の理論と q 解析の融合を複素積分の立場から目指すという目標をたて、ポッホハンマー積分という多変数函数の q 類似のみたす q 差分系の接続問題を解いたものを修士論文として提出しました。そして、修士論文提出以降の量子群の球函数の研究がひと段落してから、ふたたび、積分表示された函数の研究に戻ってきたのです。

　それからは、セルバーグ型積分により表示される多変数函数をこれでもかこれでもかというくらい良く調べています。最初は、この函数がみたすガウス・マニン系と呼ばれる解析的な微分方程式系の既約性・可約性を調べ、ある可約な状況において、BC型ルート系に対するHeckman-Opdamの超幾何函数が現れることを示しました（学位論文）。そして、これに続くのが、他のルート系に対する超幾何函数、KZ方程式・QKZ方程式とその解の研究、ジャック多項式やマクドナルド多項式などの多変数直交多項式の積分表示の発見、それを用いたさまざまな応用の研究。たとえば、ビラソロ代数の特異ベクトルをジャック多項式で表すなどといったこともありました（「ヤング図形と直交多項式－ヴィラソロ代数とジャック多項式」、数理科学、2007年１月号、サイエンス社）。

　2000年以降は、その研究対象をおもにそのホモロジーの構造に集中しました。トポロジーにまつわる難しさと本気で取り組む時期が来たと思ったからです。そして、組み紐群や岩堀・ヘッケ代数の表現をセルバーグ型積分に付随するホモロジー空間上で実現したことを契機に、ねじれホモロジーに対する交叉数を利用しての２次元共形場理論における物理的相関函数の係数の導出、リンク不変量であるジョーンズ多項式の定式化、

そして、一般化超幾何函数やシンプソンの超幾何微分方程式や共形場理論の共形ブロックなどにおける接続問題を解決することができました。最近は、多変数の古典的超幾何微分方程式やルート系に付随する超幾何微分方程式の解に付随する接続問題、共形ブロックに関するモノドロミー表現の既約性条件の決定などの研究を行っています。

数学は、自分で納得できるまで考えられるのが良いところです。そして、自分の言葉で納得できるまで、とことん考え抜いてください。一度分かったと思っても、つぎの段階の理解には、まだ不十分であることが殆どです。ちょっとやそっとでわかるものなど、底が浅いだけです。本物は、常に、深いもの。ですから、その正体を掴むためには膨大な努力と時間が必要です。今の時代、ここまで深い内容を何の制限もなしに自由に触れられることは珍しいかもしれません。だからこそ、数学と真摯に向き合って欲しいと思います。もしも、数学の深みに触れたければ、どうぞ、本専攻の門を叩いてみてください。そこには、きっと素晴らしい未来が待っていることでしょう。

准教授
縄田　紀夫
Nawata Norio

1984年に山口県で生まれ、佐賀県鳥栖市で育つ。九州大学理学部数学科に入学、九州大学大学院数理学府に進学し、2011年に博士号を取得。九州大学マス・フォア・インダストリ研究所でGCOE 海外派遣研究員、千葉大学で学振PD、大阪教育大学で講師を務めた後、2020年に大阪大学大学院情報科学研究科に着任。専門は作用素環論、特にC*-環について研究している。

1. 研究分野について

私の専門分野は作用素環論です。大雑把に言うと、作用素環とは∞×∞行列のなす環です。Hilbert 空間上の作用素論、群のユニタリ表現論、量子力学の数学的定式化、（有限基底を持たないような）抽象代数学の理論などへの応用を念頭に Murray と von Neumann によって1930年ごろから創始された（数学としては比較的に新しい）分野ですが、作用素環自体も魅力的な数学的対象であることがわかり、活発に研究されています。作用素環論のキーワードは「非可換」と「無限次元」です。近似や完備性等の解析的な議論が証明の根幹にあることから、作用素環論は解析学に分類されています。ただし、現在では、代数学、幾何学、確率論を含む様々な分野の数学や物理学と関連して発展しています。以下ではもう少し詳しく作用素環論について解説したいと思います。

＜作用素環＞

作用素環は∞×∞行列のなす環と言いましたが、もう少しちゃんと述べると、Hilbert 空間上の有界線形作用素全体のなす環の*-部分環（*とは共役作用素を取る演算のこと）で適切な位相で閉じたものです。閉じている位相の違いによって、von Neumann 環とC*-環の２種類に大きく分けることができます。この２種類の作用素環の違いを簡単に表にまとめると、以下のようになります。

環の種類	閉じた位相	可換な例	特徴
von Neumann 環	弱作用素位相	$L^{\infty}(X)$ X：測度空間	関数解析の手法（スペクトル分解など）が自由に使える。
C*-環	作用素ノルム位相	$C(X)$ X：位相空間	関数解析の手法（スペクトル分解など）を使う時に注意を要する。

もちろん、作用素ノルム位相は弱作用素位相よりも強いので、von Neumann 環はC*-環にもなりますが、C*-環として研究したい対象ではありません。別の言い方をすると、可換な例から、対外的なスローガンとして、

von Neumann 環の研究=非可換測度論　　C*-環の研究=非可換トポロジー

と言われることも多いです。このスローガンが研究の本質をついているわけではないのですが、von Neumann 環とC*-環の研究手法が異なることを想像することはできると思います。ただし、von Neumann 環の理論の類似をC*-環で考えることによって成功した理論が多くあります。また、C*-環の理論で von Neumann 環の研究に役に立ったものもあって互いに影響を与えながら研究されています。ちなみに、有限次元の作用素環は行列環の直和

$$M_{n_1}(\mathbf{C}) \oplus M_{n_2}(\mathbf{C}) \oplus \cdots \oplus M_{n_k}(\mathbf{C})$$

に同型になります。（有限次元の場合は上で述べた位相は同値になるので、C*-環と von Neumann 環は同じクラスになります。）無限次元で考えると、こういった環や関数のなす環と本質的に違う性質を持った興味深い作用素環がたくさん存在することがわかっています。一例を挙げると、II_1 型因子環と呼ばれるクラスの von Neumann 環があります。II_1 型因子環はただ一つのトレイス状態を持った無限次元 von Neumann 環としても特徴づけられますが、「連続次元」とも言うべき性質を持っています。トレイス状態 τ とは、行列のトレイス Tr を一般化したものですが、$\tau(ab)=\tau(ba)$ および $\tau(1)=1$ という性質を持った有界線型汎関数のことです。P が射影行列のとき、Tr(P) の値は行列 P の階数（像の次元）と一致します。M が II_1 型因子環のとき、

$$\{\tau(p) \mid p \in M : \text{射影作用素}\} = [0,1]$$

と連続的な値をとります。この性質が「連続次元」とも言うべき性質です。具体的には、単位元以外の任意の元の共役類が無限集合になるような離散群（e.g. 無限対称群、非可換自由群）の左正則表現から生成される von Neumann 環はすべて II_1 型因子環になります。こういった興味深い非可換無限次元代数の性質を研究するのが作用素環論の主題です。

＜作用素環論で課題となること＞

作用素環論において最も基本的な問題は

違う作り方をした二つの環がいつ同型になるか？

というものです。この問題に関連して、同型と非同型を判定するための不変量を研究することが一つの課題になります。もちろん、すべての作用素環を完全分類するというのは現実的

でありません。実際、すべてのC*-環の分類はすべての局所コンパクトハウスドルフ空間の（同相による）分類を含みます。また、離散群の左正則表現から生成される II_1 型因子環に限っても完全分類することは期待されていません。十分な非可換性がある作用素環、良い近似性を持つ作用素環、自然に表れて興味深い作用素環などの分類が考えられています。また、興味深い作用素環の例を作ることも重要な課題です。

他の研究課題として、

作用素環の対称性の研究（自己同型や作用素環への群作用の研究）

も活発に行われています。数学的対象があったとき、その対称性を探りたいというのは自然なことだと思います。また、作用素環を用いた場の量子論や量子統計力学の研究からも、作用素環の対称性を研究することは大切な課題の一つであることがわかっています。

＜他分野との関連＞

上では作用素環論内部の課題に関してだけ言及しましたが、様々な分野の数学や物理学と関連して様々なことが研究されています。Atiyah-Singer の指数定理の一般化等を含む Connes の非可換幾何学や Jones 多項式を起源とした量子不変量を通した低次元トポロジーとの関連は有名ですが、他にも作用素環の具体的な構成法を通して様々な分野と関連しています。特に、力学系のエルゴード理論とは、Murray-von Neumann による群測度構成法以来、密接な関係があります。C*-環のカテゴリーで考えると、この関係は位相力学系との間の関係になりますが、C*-環の不変量を基に位相力学系の（軌道同型や位相共役に関する）不変量が導入されるなど活発に関連して研究されています。

２．私が研究してきたこと

作用素環論について大雑把に解説しましたが、具体的に私がどのようなことを勉強・研究してきたかについて簡単に説明したいと思います。学部生が主なターゲットだと思いますので、セミナー配属の話から始めたいと思います。

＜修士まで＞

私が在学していた大学では、３年生の後期からセミナーに配属されることになっていました。私はその配属で、綿谷安男先生に師事しました。綿谷先生のもとで博士の学位を取ることになるのですが、今考えると、大阪との接点はこのときから始まったと思えます。（綿谷先生は大阪出身で数学の講演やセミナーも関西弁でされています。）学部生のときのセミナーでは、関数解析学の本

- M. Schechter,「Principles of Functional Analysis」Graduate Studies in Mathematics 36, AMS, 2002.

• 日合文雄・柳研二郎、「ヒルベルト空間と線型作用素」牧野書店、1995.

を輪読しました。大学院に入ってから、本格的に作用素環論を学んだのですが、セミナーで輪読した本は

• B. Blackadar,「Operator Algebras」Springer-Verlag, Berlin, 2006.

です。ちょうど私が大学院に進学したときに出版された本でいくつかの候補の中から深く考えずに選んだのですが、セミナー向けの本ではなく、辞書のような本で大変苦労しました。証明は省略されていることも多く、他の本で調べたり自分で考えたりする必要がありました。また、作用素環論で最も基本的な GNS 構成法が出てくる前に（射影作用素よりも一般の）正作用素の比較理論や Pedersen イデアルという作用素環論でも一部の研究者しか使わないような対象が出てくるなど、本当に辞書でした。ただし、（今になって考えると）自分で調べたり考えたりすることができてとても力がついた思います。また、正作用素の比較理論や Pedersen イデアルは後の私の研究で大変役に立つ道具になったので、将来何が役に立つかはわからないものなんだなと実感しています。C*-環の抽象的な理論と Hilbert 加群を Blackadar の本で学んだ後は

• K. R. Davidson,「C*-Algebras by Example」Fields Institute Monographs 6, AMS,1996.

等でC*-環の興味深い具体例を学びながら Blackadar の本を所々選んで読むという感じでした。その過程で学んだ（非可換トーラスとも呼ばれる）無理数回転環というC*-環に興味を持ち、Mathscinet や arXiv で無理数回転環に関する論文を検索するなどして、修士論文のテーマを見つけることができました。修士論文は、無理数回転環の特別な部分環の性質と初等整数論の実２次体の関連を考えたというものです。これは小高氏による無理数回転環の部分環の研究をほんのちょっとだけ一般化しただけです。

<博士のとき>

博士課程に進学したのですが、これからの研究テーマに行き詰ってしまいました。そんなとき、綿谷先生から、「II_1 型因子環の不変量である基本群をC*-環に導入して研究してみないか」と言われました。私が修士論文でやったことも本質的に基本群に関係しており、私にとってはこの上ないアドバイスでした。この提案がなかったら、私は数学の研究を続けていなかったと思います。II_1 型因子環の基本群は Murray と von Neumannによって定義されたものですが、作用素環のある種の自己相似性を測っている不変量です。綿谷先生と共同で、単位元と唯一つのトレイス状態を持つ単純 C*-環に基本群を定義していくつかの研究成果を得ることができました。

綿谷先生との共同研究が一段落した後、(単純)stably projectionless C*-環という対象に興味を持ちました。Stably projectionless C*-環とは、任意の行列環とテンソル積をとっても零作用素以外に射影作用素を持たないC*-環のことです。特に、stably projectionless C*-環は単位元を持ちません。岸本と Kumjian の仕事から、stably projectionless C*-環はC*-環上の$\mathbf{R}$作用の研究と関連して重要な対象であると私は考えています。私は基本群を単純 stably projectionless C*-環に対しても導入しました。上で述べた修士の頃に学んだことが役に立って、基礎的な研究成果を得ることができました。また、単位元を持った可分C*-環の基本群は可算群になる一方で、可分 stably projectionless C*-環で基本群が$\mathbf{R}_+^\times$（非可算群）になるものが存在することもわかりました。この結果自体は岸本と Kumjian の仕事から想像できたことなのですが、stably projectionless C*-環が本質的に違う興味深い性質を持っているという一例です。これらの基本群の結果をまとめたものが私の博士論文です。

＜ポスドクのとき＞

2011年の3月に博士の学位を取得したのですが、どこにも就職することができないで予備校のチューター等のアルバイトをして生活することになりました。九州で暮らしていたので直接被災したというわけではないのですが、東日本大震災もその頃に発生して何とも言えない不安を感じたことを覚えています。ただし、数学に関してはやるべき課題もあって順調に研究できていました。そういった生活を3ヵ月間してから、大変恵まれたことに、九州大学マス・フォア・インダストリ研究所の GCOE 海外派遣研究員に採用してもらい、海外の大学・研究所に半年間滞在して研究させてもらえる機会を頂きました。私は核型 C*-環の分類理論を提唱した George Elliott 先生が在籍しているトロント大学（カナダ）のフィールズ研究所に滞在しました。そこでは、毎週２回作用素環セミナーが開催されていました。私は英語が不得手なので、そのセミナーではとんちんかんな受け答えをするなど多くの失敗をしました。ただし、(何か重要なアイデアを得たなど具体的なことがあったわけではないのですが、)フィールズ研究所での滞在の経験が私を変えたというか、その後数学を研究する上で一番大きかったと思います。

フィールズ研究所滞在後は学振ＰＤに採用され、千葉大学の松井宏樹先生のもとで研究が続けられることになりました。とても運がよかったことに、松井先生は佐藤氏との共同研究で核型 C*-環の分類理論のブレイクスルーとなる結果を次々と出されているときでした。その研究で使われている技術を松井先生から直接学ぶことができ、stably projectionless C*-環の研究に生かすことができました。松井先生から学んだ技術は私の最近の研究でも核になる技術になっています。$\mathcal{W}$ と呼ばれる興味深い単純 C*-環 stably projectionless C*-環があります。(私は勝手に Razak-Jacelon 環と呼んでいます。) $\mathcal{W}$ は Cuntz 環 $\mathcal{O}_2$ という興味深い C*-環と関連して、０のように振舞う C*-環と考えられています。また、射影作用素をまったく持たないにもかかわらず、(超有限) II_1 型因子環と最も似た性質をもつC*-環だと私は考えています。$\mathcal{W}$ の自己同型や有限群作用の分類を課題のひとつとして研究していましたが、ポスドク時代は部分的な結果しか得ることができませんでした。

フィールズ研究所に長期滞在するともらえるマグカップ

＜大阪教育大学および大阪大学で＞

2014年4月に大阪教育大学の講師に採用されて、大阪に来ました。大阪教育大学は伝統的に作用素環論の研究者が多く在籍しており、(定年退職された先生方も参加される)作用素環セミナーが講義期間中は毎週開催されています。大阪教育大学在籍3年目に$\mathcal{W}\otimes\mathbf{K}$ のトレイススケーリング自己同型を(外部共役によって)完全分類することできました。この分類は超有限II_∞型因子環に対する Connes の結果の完全な類似となっています。特に、$\mathcal{W}$ が超有限II_1 型因子環と類似的な性質を持つことの一例とみなすこともできます。(教育大学の) 雑務に追われて研究が滞った後の成果ということもあり、この結果を得たときはとても嬉しかったです。

2020年４月に大阪大学に着任しました。コロナ禍で日常が一変しましたが、恵まれた研究環境で自分なりに満足する研究成果をいくつか得ることができています。特に、$\mathcal{W}$ への可算離散従順群作用の Kirchberg-Phillips 型吸収定理を得ることができました。この定理は$\mathcal{W}$ が群作用に関しても０のように振舞うことを示していて興味深いです。

３．大学院進学を希望されている方へ

作用素環論は必要な知識が多く抽象的過ぎると言われることも多いですが、私は魅力的な分野だと思っています。上の説明ではあまり述べることができませんでしたが、他分野とも深く関連して発展しているので、自分の興味に沿って勉強・研究していくこともできます。また、情報科学と少し関連する題材もあるようです。例えば、(無限次元ではなく有限次元ですが) 行列解析を通した量子情報理論との関連などです。作用素環論を広い意味で捉えて、意欲ある学生の方とセミナーなどを通して一緒に勉強・研究していきたいと思っています。

コンピュータ実験数学講座

コンピュータ実験による科学問題設定・解決の過程を通じて、数理モデリング・計算モデル（コンピュータモデル）の構成に関する教育研究を進めている。
また、問題設定・解決の過程を通じて、あらたな計算数学理論の構築を目指す。

教授
降籏　大介
Furihata Daisuke

数値解析スキーム構成研究者です。
具体的な手計算が有効な差分法が特に好みです。偏微分方程式の変分構造を保存する離散変分導関数法を提案、今は他研究者も巻き込んで格闘中です。

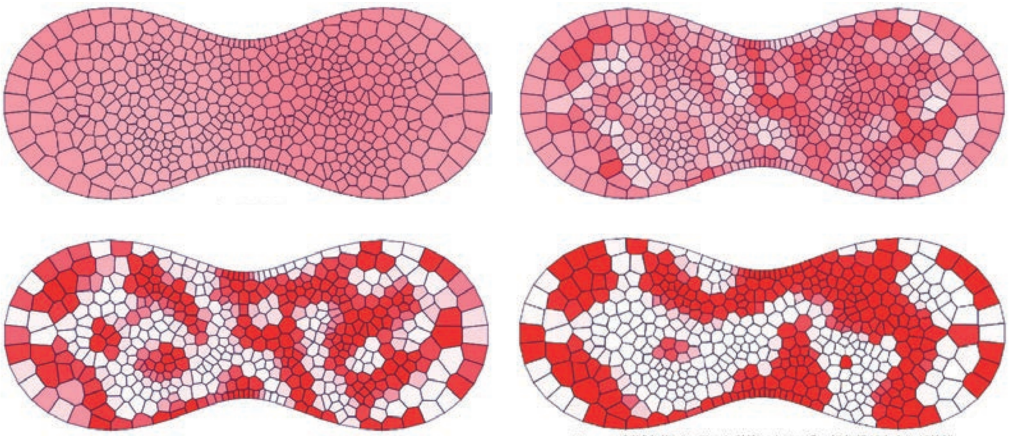
1968年東京生まれ、長野県で育ちまして、1990年東京大学工学部物理工学科を卒業、1992年に同大で修士課程を修了後そのまま助教に着任、京都大学数理解析研究所に異動し、2001年に阪大に赴任し、現在に至ります。

研究について

専門は「数値解析による偏微分方程式の求解方法の研究」です。具体的には、連続系である偏微分方程式の解が保持している本質的な性質、特に変分構造を離散系の方程式にマッピングするための方法論です。変分構造による数学的性質を保持するもので、われわれはこれを離散変分導関数法と総称しています. 数値的求解が困難な偏微分方程式問題に対してこの方法により初めて実用的な数値的求解が可能になることもあり、実用上も重要な研究です。このように方程式の数学的な構造を離散的に保存する方法を一般に構造保存数値解法（structure-preserving numerical method）や幾何的求積法（geometric integration method）と呼び、偏微分方程式に対してフレームワークとして捉えて研究を始めたのは自分を含む本邦の研究者です。近年ではこの一連の研究は大変国際的なものとなり、このテーマに関する国際研究集会が開催されたり ICIAM や SciCADE など応用数学系の国際学会で大きなセッションを占めるなど、広く知られた分野に成長しています。たとえば2019年にはイギリスのニュートン研究所でこのテーマのプロジェクトが半年間に渡って行われ、自分も招待されて参加しました。このときの成果はもちろん今に生かされています。

ニュートン研究所の様子
左：居室入り口からホールを見る、右：自分と他研究者との討論中の黒板

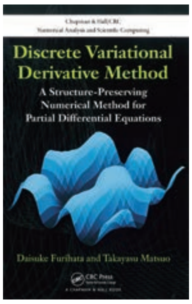
現在は離散的な制限を少しずつ緩和する、より数学的に困難な方向へ研究が進んでいる段階です。例えば空間の離散化の自由度をあげつつ構造保存数値解法の構築することは現在の主な研究テーマの一つで、理論的には空間を任意の凸多角形分割で分割したうえでも構造保存数値解法を構築できるところまで成果を得ています。具体的な例の一つとして空間中に自由に参照点を配置してボロノイ分割という手法で空間を分割することによって数値計算が困難な偏微分方程式の一つである Cahn-Hilliard 方程式に対して二次元数値計算をしたものが下図になります。このように自由度が高いにもかかわらずこの場合は自由エネルギーと呼ばれる積分量が減衰する（これは離散的な変分構造があることに依ります）ことが数学的に証明される、大変優れた解法となっています。



Cahn-Hilliard 方程式の数値解の時間発展の様子。左上、右上、左下、右下へと時間発展していく。
ほぼ均一な状態から不均一な状態への変化を表している。

　また、離散変分法の基本にある変分の概念やその重要な数学的道具である差分法などを上手に適用することにより、偏微分方程式の数値解法だけではなく、物理現象の新しいモデリングや最適化問題の求解などに面白い結果をもたらすことも可能です。2009年頃までのこうした成果のおおよそは

Discrete Variational Derivative Method,
Daisuke Furihata and Takayasu Matsuo, CRC Press, 2009.



という成書にまとめてありますので、興味がある場合は一読していただけると良いでしょう。

　一般の数値解析そのものの話もしておきましょう。この分野は、純粋な数学理論では手のでない問題をコンピュータを用いて具体的に解を得てしまおうという応用数学の一研究分野です。よく誤解されますが、数値解析の難しさは如何に上手なプログラミングを行うかという点にはありません。本質的な困難はもとの連続的な数学問題を有限な離散系に置き換える点にあります。表面的な目的は近似ですが、その本質に一貫した離散数学の裏付けが無いと頼りない成果しか得られないのです。そして、数値解析の歴史は意外に古くて、数学上の重要な定数 π や e の数値表現を手計算で求めた歴史も考えれば数学そのものと同じ歴史を持つと言って良いほどのものです。コンピュータの出現によって人類が手にできる計算量と計算速度が圧倒的に増大することでこの数値解析が近年強く意識されるようになってきたのです。ここで、以前行った夏の公開講座「離散と連続―微分方程式の数値解析」の abstract を引用しましょう。

数値解析は他の pure math と同じだけの面白さを持っている

　計算機で計算を行う際、実際に計算はどのように行われているのであろうか。ややもすると、計算機ハードウェア自身が数学に関する人類の知識を用いて計算を行う作りになっているかのように錯覚しがちであるが、実はそうではない。計算機ハードウェアは、基本的に四則演算ぐらいの驚くほど単純な計算を受け持つのみである。全ての計算はその単純な計算のみを有限回数だけ用いたアルゴリズムに最終的に還元されて実装されている。つまり、全ての計算が基本的に四則演算の繰り返しだけで実現されていると言ってよい。またメモリの有限性などから、計算機では有理数の一部分のみ、すなわち離散的な数、を用いて通常は計算を行う。

閉じている、という意味で計算機における計算は一つの数学体系をなしているととらえられるが、上に述べたように、有限かつ離散な計算のみを扱うために結果や方法論が通常の数学とだいぶ異なることになる。素朴な基礎から出発して有限と離散という制限の枠内で何ができるかという命題は興味深いものであり、計算機を背景としてこの命題を研究するのが計算機科学である。つまり、計算機科学は「有限」と「離散」という概念からのみなる数学を研究する分野であると標語的にいいかえてもよいだろう。

計算機科学は、その対象および手法から数値解析と（非数値）情報処理という分野に大きく分けられる。数値解析は関数論等の連続的な数学で記述される問題（数値問題）を扱う分野であり、（非数値）情報処理とは、組合わせ論などの離散的数学で記述される問題（非数値問題）を扱う分野である。数値解析はその性格上、連続と離散、極限（無限）と有限という概念を対応させつつ研究を行う分野であり、情報処理は離散かつ有限という概念を最大限利用して研究を行う分野である。

上記引用からわかるように、数値解析という分野は一般に想像されるよりはるかに奥が深い理論的なもので、また広い範囲におよぶものであることがわかってもらえると思います。

教育について

一般に数値解析だけでなく隣接する離散数学にも自分は興味があり面白いテーマは無いかと日々考察を巡らせていて、指導する学生にも数値解析に限ることなく広い目で応用数学の中から興味あるテーマを選んで研究してもらいたいと思っています。たとえば数値解析ではないテーマの一つとして本学で高校生向けに行った公開講座では応用数学、離散数学の内容を幅広い視点からしってもらうべく「デジタルの数学ーセルオートマトンと計算機」というタイトルで講演を行いました。この講座では、ライフゲームによる具体的なセルオートマトンの性質の提示、ＵＴＭ（万能チューリングマシン）との関係、「計算」という意味の定義、停止問題によるその限界、物理や数学への応用、自己複製機械などをテーマとしました。こうしたテーマは多くの分野への関連性が強いうえ応用範囲も広いもので、数学の基礎から応用まで縦断する興味深い分野です。自分としては、できればこうした横断的なテーマの研究を行いたいと希望する学生が出てこないかと期待をしているところです。

もう少し具体的な話もしましょう。阪大に赴任してから数学科の３、４年生などを対象に輪読セミナーや数値解析関連の授業を行っていますが、その際には

「数値計算法の数理」杉原正顯、室田一雄著、岩波書店、1994

などを主なテキストとしています。数値解析について記した和書のほとんどが紙面の都合からアルゴリズムを紹介するだけに終始してしまうのに対し、この書は数値解析の数学理論的側面を妥協無く記述していて、理論面をきちんと把握したい皆さんには大変ぴったりのものになっています。その分読み解くにはある程度広い分野の数学的素養を要求されますので読み進める際には多少の努力を要しますが、数値解析の面白さと難しさを知るのに非常に良い本と言えましょう。数値解析の本質や理論に少しでも興味のある学生さんには是非とも一読を勧めたい本の一冊です。

また、数値解析が上手に活かされている応用・実用分野について知りたい、研究したいという学生さんが居る場面では

Mathematical Problems in Image Processing、G. Aubert、P. Kornprobst、Springer、2002。

もテキストに使って研究指導をしています。これは画像処理に使われている数学をきちんと考える本で、ＩＴ分野で広く使われている画像処理技術を支えるものが偏微分方程式やその数値解析などの応用数学理論などであり、応用数学に携わる研究者の成果が応用につながることを知るのに大変良い教材の一つです。

これまで指導してきた学生さんですが、理学部数学科の4年生と本専攻の修士前記課程学生にわたっておおよそ毎年各学年２名平均というところです。2021年３月には１名の博士学生が３年間の博士後期課程を修了して無事に博士号を取得し、指導教員として喜んでいるところです。

そして、本専攻の大学院生の指導にあたって自分が最も重視しているポリシーとして「研究テーマ、研究手法の自由度の高さ」と「自主性の尊重」があります。これは学生の皆さんを大人の一人として尊重するものであるとともに、これまで受動的な学習が中心だった学生生活から主体的な学習へと学生さんに行動を切り替えてもらうためにも必要なものと考えています。

また大学院生の指導スケジュールですが、修士１年生は「学習から研究への移行期間」という助走期間とし、修士２年生を「自力による研究の試行期間」と位置づけています。これは、先に述べたように「知識を人から教わる」ことには慣れていても「自分で探る」ことに慣れていない学生の皆さんのために段階的な過程を経て研究の面白さを見いだしてもらいたいためです。具体的には、修士１年生の間はなるべく自由にテーマを選択してもらいます。例えばこれまでは共役勾配法、非線型問題の求解（Newton法、ホモトピー法など）、二重指数変換積分公式、有限要素法およびフリーメッシュ法などの数値解析に関するテーマから、線形計画法、逆問題、機械学習、制御問題、結婚問題や選曲割問題などの離散数学による社会問題への応用まで、応用数学の幅広い多くのテーマが学生自身によって選ばれています。そして、論文ならびに書籍を資料として学習し、コンピュータでプログラミングを行って追実験を行い、様々な比較検討および評価を行った結果をセミナー形式で発表して、そのテーマにある程度通暁した時点で再

び他のテーマを選び、同様の過程を繰り返していくという格好です。この際、研究への移行という位置づけから、テーマの選択から発表まで全体を通して自力で行えるようになることを重要な目的としています。

修士２年生では２～４ヶ月という比較的長い期間を用いて、研究テーマを自力で試行錯誤しながら探すことから始めてもらっています。自分でテーマを決めることは皆さん初めてなのですが、テーマを探すために下調べをすること自体が学習に大変有効なのです。例えば、これまでは走化性方程式系、非線形格子上の離散ブリーザー、Allen-Cahn 方程式、正規化長波長波動方程式、拡張 Fischer-Kolmogorov 方程式、Swft-Hohenberg 方程式などの非線形偏微分方程式の離散化に伴う問題やその数値解の解析を始め、種々のテーマが修士論文のために学生さん自身によって選ばれています。テーマを決定した後は研究に邁進することになります．具体的には修士学生のセミナーで現状報告を行い、何が問題なのかを常に整理して研究の方向を適切に修正するように指導を行っています。この際、方法論やおおまかな方向についてはなるべく詳細に指導を行いますが、作業や考察、問題の提議等はできるだけ自力で行えるように示唆しています。これは学生さんの自主性を損なわないようにというものですから、皆さん、自分のペースで進めてくれれば良いと思います。そして研究の成果が得られ始めた時点で学会や研究集会で研究成果を学生さんに発表してもらっています。こうすることで、自分の研究がどのような位置づけにあるのかを総合的に実感をもって理解することができるでしょう。

そして近年、同じ研究室に優秀な若手准教授である宮武准教授を迎えたこともあり、学生を受け持つ教官として、特に大学院生の指導教官として指導内容により新しい内容を加え、なるべく最先端の研究内容に沿うような指導を行ってゆきたいと考えています。そのため、どのような方向に向かって学生と研究を行うかは、実際に学生の意思や自主性を意図的に重要視し、生かしていこうと努力しています。繰り返しになりますが、学習・研究のスタイルでも内容でも学生の自由度は高い研究室ですから、自主性を強く持ちたいと願っている学生さんは特に歓迎します。ぜひ参加してください。

准教授
宮武　勇登
Miyatake Yuto

　1987年香川県生まれ。2015年東京大学大学院情報理工学系研究科修了。名古屋大学を経て、2018年に大阪大学に着任。専門は数値解析で、特に微分方程式に関連のあるテーマの研究を行っている。

1．研究分野について

　私は「数値解析学」と呼ばれる分野の研究を行っています。

　現代科学の多くの問題は、紙と鉛筆で解析的に解を求められることは極めて稀であり、コンピュータを用いた数値計算（シミュレーション）が必要不可欠です。 数値計算を行うためには、数値解法が必要です（数値計算手法、あるいはアルゴリズムと呼ばれたりします）。すなわち、必要に応じて問題の近似などを行ったうえで、具体的な計算の手順を指示する必要があります。しかし、ここで様々な問題が生じます。例えば、用いる数値解法次第では、計算にかかる時間が膨大になったり、数値解が発散して計算の続行ができなくなったりします。また、二つの異なる数値解法で計算した結果が全く違うといったこともあります。そこで、数値解析学では、数値解法の実現性や妥当性を数学的にきちんと評価し、さらにその議論に基づいて、より良い数値解法の開発を目指します。

　数値解法には、NewtonやGauss、Eulerの名を冠したものも多く、数値解析学は、実はコンピュータが生まれる遥か以前から研究されてきた長い歴史をもつ研究分野です。ともすれば、数学的な研究は十分成熟しており、あとはコンピュータの発展に任せればよい、という印象を持たれるかもしれません。しかし、数値解析学ではまだまだ解決すべき課題は山積みですし、今後も、科学が多様化を続ける限り、解きたい問題も多様化し、それに伴い、数値解析学で議論すべき新たな課題もうまれてくるでしょう。

　一言で数値解析と言っても、様々な分野がありますが、私は主に微分方程式に関連するテーマの研究を行っています。

１－１．構造保存数値解法

微分方程式の数値解析も、Eulerの時代から研究されてきた古い学問分野で、実際に、常微分方程式に対するRunge-Kutta法や、偏微分方程式に対する差分法や有限要素法など、様々な解法が研究されてきました。特に、常微分方程式に対しては、数学者や数値解析学者によって、Runge-Kutta法のように対象の微分方程式を限定しない「汎用解法」についての数学理論が整備されてきました。実際、1980年代には、誤差解析・高精度解法の構築法・安定性などに関してかなり成熟した体系が整備されています。

さて、「汎用解法」理論が成熟してきた1980年代、「構造保存数値解法」という新しい研究の潮流が生じます。下の図1を見てください。これは、Keplerの二体問題を二つの数値解法で数値計算した結果です（一体は原点に固定してあり、もう一体の時間発展をプロットしています）。ここで比較している二つの解法は、（黒）Rungeの方法（Runge-kutta法の一種）と（青）Störmer-Verlet法で、「汎用解法」理論における精度は同じものです。厳密解は楕円軌道を描きます。左図は一周期弱数値計算したもので、若干の違いはあるものの、良し悪しが判断できるほどの違いは見られません。ところが、数値計算を続けていくと、右図のように大きな違いが現れ、Störmer-Verlet法の方が良さそうです。この違いを汎用解法理論で説明することは非常に困難ですが、1980年代に、幾何的視点を導入することで、Störmer-Verlet法がうまく動く理由が解明されました。Kepler問題の時間発展写像はsymplectic性という幾何学的性質を有しているのですが、実は、Störmer-Verlet法はこの性質を厳密に引き継いでいるというのがその理由で（さらにその帰結として、Störmer-Verlet法はKepler問題に非常によく似た微分方程式を厳密に計算しているという解釈ができます）、これはRungeの方法をはじめ、ほとんどの汎用解法には見られない特徴です。

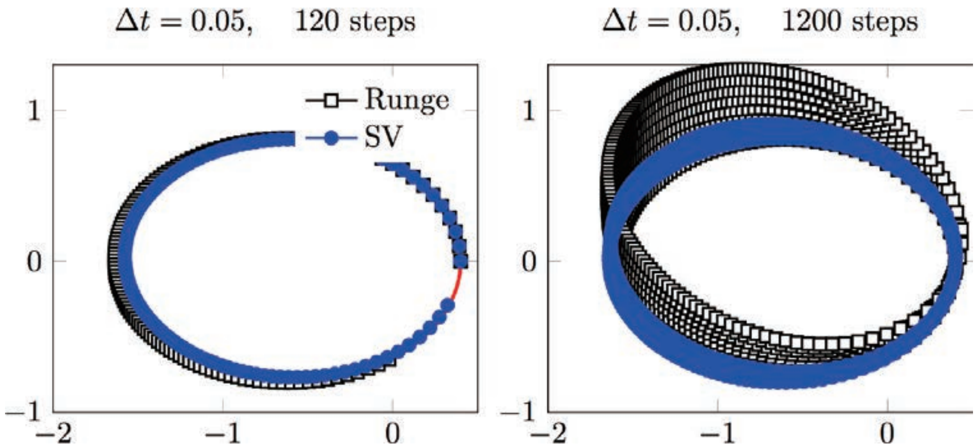


図1. Keplerの二体問題に対する数値解

Störmer-Verlet法のように、解きたい問題の数理構造を再現する数値解法のことを、総称として「構造保存数値解法」といいます。Symplectic性のようにしばしば幾何学的性質に着目するため「幾何学的数値解法」と呼ばれることもあります。 1990年代以降、常微分方程式に対する構造保存数値解法の研究は爆発的に進展しており、対象も幅広く、

・Hamilton系に対するsymplectic数値解法・エネルギー保存解法
・勾配系に対するエネルギー散逸解法
・多様体上の微分方程式に対する構造保存数値解法（Lie群に基づく数値解法など）
・時間反転対称系に対する対称な数値解法
・高振動系に対する数値解法

など多岐に渡ります。近年では、偏微分方程式（Schrödinger方程式やMaxwell方程式など）や確率微分方程式にまで研究の対象は広がってきています。

私はこれまで、常微分方程式に対しては、エネルギー保存・散逸解法の理論の整備やそれに基づく新しい数値解法の開発を行ってきました。また、偏微分方程式に対しては、有限要素法の枠組みで構造保存数値解法の構築や拡張を行ってきました。さらに、非局所作用素を含む方程式にも興味をもっています。例えば、

Camassa-Holm 方程式：$u_t - u_{xxt} + 3uu_x = 2u_x u_{xx} + uu_{xxx}$
Degasperis-Procesi 方程式：$u_t - u_{xxt} + 4uu_x = 3u_x u_{xx} + uu_{xxx}$
Hunter-Saxton 方程式：$u_{xxt} + 2u_x u_{xx} + uu_{xxx} = 0$

といった方程式があります。このような方程式は、時間変数の偏微分と空間変数の偏微分が混ざっているため、通常の u_t =…といった形にしようとすると、積分のような操作をしなければなりません。そのため、見た目は微分方程式なのですが、ある点での時間変化を記述するためには空間領域全体の情報が必要になるため、「非局所」作用素を持つ偏微分方程式といわれています。このような方程式は、もちろん偏微分方程式論的にも大変興味深く1990年代から活発に研究されてきていますが、数値計算をする際にも「どのような解を捉えたいのか」など注意すべきことがたくさんあり、数値解法の構築は自明ではありません。そこで、筋の良い数値計算をするために、方程式の持つ構造に着目して、構造保存スキームを構築したり、その収束性の解析をしたりしてきました。なお、以上の多くは、松尾宇泰先生（東京大学），降籏大介先生（大阪大学），谷口隆晴先生（神戸大学），John C. Butcher先生（Auckland大学），David Cohen先生（Umeå大学）らとの共同研究に基づくものです。

１－２．構造保存数値解法の新しい問題クラス

構造保存数値解法の研究ではまだまだ解決すべき課題はたくさんあります。例えば、現代科学で解きたい問題は、計算機の発展より遥かに速いスピードで大規模化しています。そのような問題に対して、数学的妥当性を維持し、かつ問題の数理構造を壊さずに問題サイズを小さくする方法が近年注目されています。しかし、まだまだ個別の研究例がほとんどであり、今後の発展が期待されます。

また、問題の特徴を抽出して、それに即した数値解法を作るという考え方は、微分方程式以外の数値解析でも有用です。例えば、行列やテンソルの近似分解に構造保存数値解法が貢献した例もあります。近年では、画像処理分野などであらわれる最適化問題との関連も指摘されています。なぜなら、多くの最適化問題の最適解は勾配系の平衡点として表現されるため、勾配系に対する構造保存数値解法の多くは最適化問題のアルゴリズムとして解釈できるからです。私の研究では、連立一次方程式の数値解法の幾つかが、実はある種の勾配系に対する構造保存数値解法に他ならないことを指摘し、その議論に基づいた新しい展開を目指しています（張紹良先生（名古屋大学）、曽我部知広先生（名古屋大学）との共同研究）。

１－３．Uncertainty Quantification

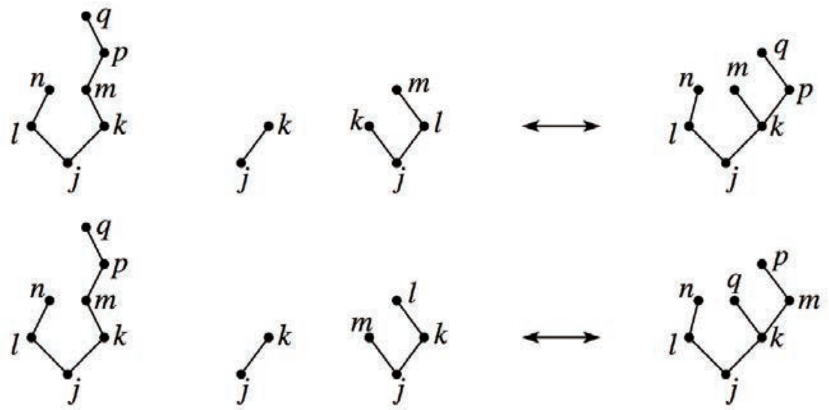
自分自身の論文はまだないのですが、いま、一番興味を持っている分野です。微分方程式に限らず、数値計算結果は様々な誤差の影響で往々にして不確かなわけですが、その不確かさを数学的に評価し、信頼性の議論を行うUQ（uncertainty quantification）と呼ばれる応用数学の新しい一分野が形成されつつあります。

微分方程式の数値解析の立場からも課題が沢山あります。例えば、何らかの現象を記述する微分方程式に含まれるパラメータを、観測データをもとに推定したい状況を考えてみましょう。この場合、どのような推定手法を使うにせよ、大雑把に言えば、パラメータを少しずつ変えて微分方程式を何度も数値計算し、観測データにうまく合うパラメータを探します。このとき、観測誤差があるとすれば、必要以上に高精度な微分方程式の数値解法は不要かもしれません。だからといって雑に数値計算すると、観測誤差よりも微分方程式を数値計算する誤差が支配的になり、もっともらしい推定はできなさそうです。きっとどこかに落とし所がありそうですが、その際、経験的なものではなく数学的に明瞭な議論をしたいというのが問題意識です。
実はこの課題に対しては、直近の2、3年の間に活発な研究がはじまっており、数値解にランダムに摂動を加えるというアイデアが提唱され、数学的な解析が行われたりしています。とはいえ、まだまだ個別の研究事例が中心ですので、統計学の研究者と協力しながら一般理論の確立に向けた研究を進めています。

２．数値解析でつかう数学

数値解析学の研究では、実にさまざまな数学をつかいます。もちろん関数解析の基礎知識は必須ですが、幾何や代数、複素関数論などが必要になることもあります。これは、数値解析学の醍醐味でもあり、また、得意な数学があれば、研究をするうえで大きな武器になります。

私にとってこれまで一番衝撃的だったのは、常微分方程式の数値解法の研究で「木解析」がつかわれていることでした。「木」とは連結で閉路を持たないグラフのことですが、常微分方程式の数値解析の専門書を開くと、



このような木がたくさん描かれています。なお、この図は、常微分方程式の数値解法についての定番教科書
E. Hairer, S.P. Nørsett and G. Wanner: Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems, 2nd ed, Springer-Verlag, Berlin, 1993.
からの抜粋です（翻訳版も出版されています）。さらに、木解析では群論などが登場し、代数的な議論が中心です。学部生のとき、グラフ理論と代数が特に苦手でしたので、非常にショックだったのですが、理解してみると非常に美しい理論でした。1960年代にButcherによって導入された「木解析」は、その後、常微分方程式の数値解析では必須のツールとなっていますが、さらに数値解析の枠組みを超えて、Hopf代数や理論物理学との関連なども指摘されています。数年前に、Butcher先生（80歳を超えてなお現役の数学者です!）と共同研究の機会にめぐまれ、数値解法の代数構造を大事にするという考え方に接することができたのは、大変貴重な経験でした。

３．学生のみなさんへ

数値解析学は、高度な数学をつかったり、必要に応じてつくり出したりするという意味で数学の一分野ですが、同時に、研究を通して非常に様々な応用諸分野と関わることができ、非常にやりがいのある研究分野です。また、数値解析の研究では、数学とコンピュータの両立がとても重要です。もちろん、研究をはじめる段階で両方に十分な知識と自信がある必要はありませんが、両者を両立していく意欲がとても大事だと思います。かくいう私も、研究をはじめた頃は、数学は分からないことだらけで、プログラミングも苦手でExcelを立ち上げてしまうような状況でした。いまでも、論文でつかわれている数学が分からないことや、頭の中で数値解法が理解できてもその効率的な実装方法が分からないことは日常茶飯事で、日々勉強を続けています。

情報科学研究科のそれぞれの専攻では、毎年、優秀な成績で博士前期課程を修了した院生の一人に、情報科学研究科賞を授与しています。本専攻の歴代受賞者からのメッセージです。

平成28年度

楠　拓也
Kusunoki Takuya

博士課程前期の２年間で、私は村井先生の下で凸多面体の研究を行いました。凸多面体（単に多面体とも言う）とは、平たく言えばカクカクして凹んでいない図形のことです。多面体の分野は、研究するにあたってさほど専門的な知識を前提としないので、誰もが挑戦できる分野である上に未解決な部分が未だ多くあります。

私含めゼミ生みんな多面体論の知識は０だったので、Ｍ１の後期までは基本的な知識を教科書の輪読で学習していました。基本的な知識とはいえ、それらは私にとってすべて新鮮なものであり、数学的好奇心をそそられるものばかりでした。

私はそのなかでも「面の数え上げ」に興味を持ち、その中でも全く手がつけられていない５次元の多面体の面を数え上げることに挑戦しました。村井先生の親身なご指導もあって、５次元多面体が存在する頂点と辺の数をすべて求めることができ、この研究で平成28年度の情報科学研究科賞を受賞しました。

平成29年度

奥村　真善美
Okumura Makoto

私は降籏大介先生の下で、構造保存数値解法の一つの離散変分導関数法に関する研究をしています。学部は京都教育大学に在籍していましたが、学部時代の指導教員から降籏先生が開発された離散変分導関数法について紹介していただき、その研究に興味をもち、博士前期課程で本大学院に進学しました。

離散変分導関数法とは、主に偏微分方程式に対する数値解法で、方程式の変分構造と、その方程式がもつ保存量あるいは散逸量との関係性に注目し、その保存性/散逸性を離散的に再現する数値スキームを構成する手法です。構造を保存することで、数値スキームが安定であること、解の誤差が小さいこと、計算速度を速くできることなどが期待されます。

私は、この離散変分導関数法を非局所項付き体積保存型Allen-Cahn方程式に適用することを考えました。また、非局所項を含む偏微分方程式にこの手法を適用した先行研究は多くないと降旗先生から伺い、よりこの問題に挑戦したいと考え、この研究を進めました。そしてこの研究で平成29年度の情報科学研究科賞を受賞しました。修士論文のタイトルは “Nonlinear and linear schemes by discrete variational derivative method for a conservative non-local Allen-Cahn equation” で、上記の方程式に対し、離散変分導関数法を用いて構成した非線形、線形スキームに関する結果をまとめたものとなっています。構成したスキームが離散的に保存性や散逸性を再現し、数値的に安定であること、解の一意的存在についての証明を与えることができました。また、数値実験を通し、両スキームの妥当性や線形スキームが非線形スキームに比べて速いということも確認しました。

博士後期課程に向け、不安になることもありますが、今回の受賞を励みに新しいステージで努力していきたいと思います。

山村　奎太

Keita Yamamura

私は修士２年間で柏原クリスタルに関する研究を行いました。柏原クリスタルとは、1990年に柏原正樹氏によって導入された表現論における概念なのですが、とても大雑把に言うとある種の彩色有向グラフを指します。今日この柏原クリスタルは様々な分野への広範な応用を持っています。例えば、数論でWeyl群多重Dirichlet級数というものがありますが、これは柏原クリスタルを用いて計算することが出来ます。

さて、私の修士論文のタイトルは “Lakshmibai--Seshadriパスと半標準盤のA_2型クリスタル同型” です。その内容は、（略して）LSパスと半標準盤という相異なる二つの対象物によって実現されるそれぞれの柏原クリスタルの間の明示的な同型対応を低ランクの場合に与え、一般のランクにおける議論と予想を提示したというものです。柏原クリスタルを実現する対象物は多く知られていますが、それぞれには良い点・悪い点があり、よって柏原クリスタルを実現する種々の対象物間の明示的な対応を与えることは意味のあることと言えます。

学部生時代は解析的整数論の学生だった私を、表現論を専門とされる有木進教授が拾って下さいました。最初は分野が異なりどうなるかと思いましたが、有木進教授や先輩方に支えられて今回このような賞を頂くことが出来ました。この場を借りて皆様に深く感謝申し上げます。

内田　靖人

Uchida Yasuto

私は斜交群 Sp(n) の Levi 部分群と直積群による一般化 Cartan 分解可能性についての分類を研究しました。この問題は小林俊行先生のユニタリ群 U(n) の２つの Levi 部分群による一般化 Cartan 分解から始まり、その後の田中雄一郎さんによるその他の Compact Lie 群の分解へと発展した問題を参考にして研究したものです。

きっかけは大島芳樹先生に勧めていただいて読んだ小林先生の「A generalized Cartan decomposition for the double coset space $(U(n_1)\times U(n_2)\times U(n_3))\backslash U(n)/(U(p)\times U(q))$」という論文でした。それまで論文を読んだことも、まだ誰もやっていない問題に取り組んだこともない私にとって研究を行う毎日は非常に刺激的なものでした。研究を行っている時に気づいたことが２つあります。１つ目は、本当に夢の中にまで証明が出てくるということ、もう１つはこの数学をしている時間全てが貴重でとても幸せであるということです。もちろん証明は簡単ではなく、全てのパターンを見つけるまでには紙も時間もどれだけ消費したかわかりません。それでも小さな例からコツコツとやりつつ、大島先生や周りの方々に何度も助けていただきながら苦労して得たこの結果と今までの時間の全てが愛おしく感じられます。

高校時代から数学に興味を持ち始めて、いつかは自分の興味のある分野で新しいことを発見したいという思いだけで大学、大学院へと進学した私にとって、自身の研究にこのような賞を頂くことができたことを大変光栄に思います。これからも時間のある限り数学の研究を行いたいと思います。

受賞者紹介

情報科学研究科賞

令和2年度

若槇　洋平
Wakamaki Yohei

私は４次元トポロジーの研究に従事しました。二つの滑らかな多様体が互いに同相であり、かつ微分同相でないとき、それらをエキゾチック対であると言います。４次元トポロジーにおいてエキゾチックな多様体は主要な研究対象の一つです。私の修士論文の結果はあるエキゾチック $\mathbb{CP}^2\#5\overline{\mathbb{CP}^2}$ に対して初めての Kirby 図式による表示を与えた、というものです。ここで $\mathbb{CP}^2\#5\overline{\mathbb{CP}^2}$ は複素射影平面 $\mathbb{CP}^2$ にその逆向きを持つ４次元多様体を５回連結和して得られる４次元多様体を意味しています。

Kirby 図式とは滑らかな４次元多様体のハンドル分解という構造を表示する図式のことです。Kirby 図式には表示する４次元多様体を変えない変形が知られています。そのため、一見異なる4次元多様体が実は同じであることや、表示する４次元多様体が特定の性質を満たすことなどを示すことができます。元々、上記の４次元多様体に Kirby 図式による表示を与えた目的は、この４次元多様体が幾何学的単連結という性質を満たすことを示すためでした。博士後期課程では、修士論文で与えた図式を用いて研究を発展させていくつもりです。

元々文系の学生だった私は、一度大学を中退して数学の道に進み直しました。そんな私がこのような賞を頂くことができたのは、たくさんの方々が私を支えてくださったお陰です。そのことを忘れず、今後も益々研究に打ち込んでいく所存です。

令和3年度

髙橋　夏野
Takahashi Natsuya

悩んでばかりの２年間でした。数学のことも、将来のことも。まず数学の話からすると、私は４次元トポロジーという分野の研究をしていました。その名前の通り、対象とするのは目で見ることのできない４次元の図形です。この２年間は、相対トライセクションと呼ばれる概念を用いて、４次元多様体の微分構造を可視化する研究に取り組みました。ただ、私にとっては非常に難しい研究対象で、初歩的な定義の理解にさえ多くの時間を費やしてしまい、焦燥感に駆られていました。一向に結果が得られない中で、修士論文の主結果となった定理の証明を果たす絵が描けたときの興奮は、ずっと忘れないと思います。また今回の情報科学研究科賞は、自分で言うことではないですが、修士論文発表も良い評価をしていただいたのではないかと勝手に予想しています。これについては、指導教員の安井弘一先生のおかげです。安井先生には、数学の研究の仕方はもちろんのこと、自分の研究を魅力的に伝えるためのヒントをいただきました。今はまだ、一人でできないこともたくさんありますが、これからは、自分一人の力で研究を進められるよう精進していきます。

私は博士後期課程に進学することにしました。もう少し、数学を続けてみたいからです。でも正直、不安なことだらけで後悔するのは目に見えています。どうして進学を決めてしまったのでしょう。Ｍ１のときは、就職活動もそれなりにやっていました。企業の面接を全部キャンセルして、博士進学を決めたあのときの自分の正気を疑います。その一方で、苦しいことはわかっていながらも、研究を続けたい気持ちを大切にして、進学を選んだ自分は偉いと思います。これ以上悩んでも仕方ないので、楽しむことを忘れずに、元気に、前向きにやっていきます。

阪本　稜治
Sakamoto Ryoji

私は、「全ての単連結閉４次元多様体が幾何学的単連結という性質をもつか？」という問題に関連する研究に着手しました。先行研究ではこの問題の有力な反例候補として、楕円曲面 $E(n)_{p,q}$ という単連結閉４次元多様体が挙げられています。そのうちの一部については幾何学的単連結であることが示されていますが、その他の多くの楕円曲面については依然として解明されていません。私は修士論文で、Kirby図式と呼ばれる４次元多様体の微分構造を描写する図式を用いて、楕円曲面 $E(1)_{7,2}$ が幾何学的単連結であることを初めて証明しました。証明のためにKirby図式の変形について膨大な試行錯誤を重ね、その努力が実を結んで１つの定理となり、さらにこのような賞までいただけたので大変光栄です。

私はもともと数学がそれほど得意ではありませんでした。大学院入試の成績を開示しましたが、芳しくない結果だったことを覚えています。そのため、大学院に入って間もない頃は人一倍努力しなければならないと、どこか義務感のみで研究に取り組んでいたように思います。しかし、全力で研究に取り組んでいるうちに４次元トポロジーの面白さに気づき、また指導教員の安井弘一先生や同研究室の先輩方から魅力的なお話をたくさん聞くことができ、いつの間にかこの分野に興味を持って主体的に研究に没頭している自分がいました。そのような素晴らしい研究環境を与えてくださった皆様に深く感謝しております。私は一旦、数学の研究の場からは離れますが、これまで培ってきた数学的思考力を活かしてこれから社会の発展に寄与していくことができればと思います。

出田　大造
Izuta Taizou

私は修士２年間で深層学習に関する研究に取り組んでまいりました。

深層学習の研究はアルゴリズムの開発や理論の構築など多岐にわたり、この２年間は様々なテーマに挑戦し、芳しい結果が得られずに挫折することの繰り返しであったと感じています。その中で、私は損失関数の平坦性が深層学習のモデルの汎化性能に相関があるという先行研究に着目し、損失関数の平坦性に焦点を当てることで深層学習の学習過程を解析することを試みました。そして、修士論文では損失関数の平坦性を表す尺度を定義し、深層学習の学習過程で過学習に陥るタイミングを推測し、適切な学習停止条件を与える指標を構築し、数値実験を通して提案内容の有効性を実証しました。これにより、訓練データの数を減らすことなく過学習を未然に防ぐことができる可能性を示すことができました。

このような自由なアプローチの元、研究に取り組み、一定の成果を挙げられたのは、降旗先生と宮武先生が私の自主性を尊重し、行き詰った際には適切なご助言をしてくださったおかげだと感じております。最初は結果も出ず、苦しい時期もありましたが、降旗先生、宮武先生、事務員の方、先輩や同期のサポートにより、今回このような賞を頂くことができました。この場をお借りして皆様に深く感謝申し上げます。

今回の受賞を励みにし、次のステージでも日々精進していきたいと思います。

令和6年度

吉住　拓真
Yoshizumi Takuma

この度は、情報科学研究科賞を頂き、身に余る光栄に感謝申し上げます。
私は、FLRW時空と呼ばれるアインシュタイン方程式の厳密解の１つである宇宙モデルを背景時空として、半線形クライン・ゴルドン方程式の初期値問題を研究しています。この方程式の特徴として、空間の膨張・収縮を表す「スケール因子」の存在が挙げられます。私は、時間大域解や爆発解の考察を通じてスケール因子が解に及ぼす影響の解明を目標とし、修士課程では、エネルギー法を用いた時間大域解の導出や大きい初期値での爆発解の存在を示しました。今後は、小さい初期値での爆発解の研究等を通じて、非線形項の臨界指数冪とスケール因子の関係の解明を目指し、研究を進める所存であります。加えて、独自性と数学的意義を包括するような困難な研究課題を模索し、研究活動の更なる発展を目指したいと考えております。
最後になりましたが、情報科学研究科賞を受賞するにあたって、指導教官である中村先生をはじめとする研究科の先生方や先輩方、その他の学生の皆様のご指導やご厚意に心より感謝申し上げます。今後の研究科の益々の発展に寄与するために、研究室内外での学生たちの研究活動の促進に微力ながら尽力したい所存であります。

令和7年度

大西　達也
Ohnishi Tatsuya

このたびの研究科賞受賞は思ってもみなかったことで、大変光栄に思っております。ご指導くださった若林先生と、若林研の皆様、専攻の皆様に深く感謝いたします。
私の研究は、代数体上の代数曲線に対して描くことのできるdessin d'enfantと呼ばれる二部グラフを主な対象としています。Belyiの定理という驚異的な事実を基盤として、代数曲線の性質をグラフを通じて調べることができます。ある日ふと「一様なパスポートを持つデッサンのうち、正則なものはどのようなときにどのくらい存在するのか？　その指標となる自己同型群はどのように分布するのか?」という疑問が湧き、解析と検討を進めるうちに、幸運にもいくつかの結果を出すことができました。
私ははるか昔の（最初の）大学生活でコンピュータサイエンスを学び、その後ソフトウェア関連の技術開発に長く従事していました。2022年に企業を退職したのち、「数学を本格的に勉強・研究したい」という思いが強くなり、本専攻を受験して60歳で入学しました。以前は自分の中に「この年で数学を真剣に勉強するなんて変だ」というライトな、しかし厄介な思い込みがあったのです。そのことに気づいたのがすべての始まりでした。「自分で自分にはめている枠に気づき、それを取り払って、純粋な意欲に従って前に進む」ということがとても大切だと感じています。
数学に接していると、思わぬところがつながって「橋が架かる」感覚を経験することがあります。ずっと橋を遠くから眺める立場にいましたが、架ける側にまわれたのは幸せなことです。博士後期課程に進学したあとも、視野を広げつつ純粋意欲に従って研究を進め、ささやかでも新しい橋を架けられるよう励みます。ありがとうございました。

名誉教授一覧

氏　名	講　座	教授在職期間
川　中　宣　明	離散構造学講座	平成14年４月着任 平成21年３月退職
坂　根　由　昌	離散幾何学講座	平成14年４月着任 平成21年３月退職
伊　達　悦　朗	大規模数理学講座	平成14年４月着任 平成25年３月退職
松　村　昭　孝	応用解析学講座	平成14年４月着任 平成27年３月退職
日　比　孝　之	組合せ数学講座	平成14年４月着任 令和４年３月退職
和　田　昌　昭	離散幾何学講座	平成21年４月着任 令和４年３月退職
有　木　　　進	離散構造学講座	平成22年４月着任 令和５年３月退職

最近の修士論文のタイトル

これまでの修士の学生が研究してきた課題の一部を紹介します。
純粋数学の課題から応用的なものまで色々なものがあります。

- 固定小数点演算の特定状況下での実用性検証のための数値的な誤差評価
- 有限次元加群圏の射圏に対する2-圏論的被覆理論について
- Time Local Existence of Mild Solutions for Thermo-Coupled Micropolar Systems
- Dormant opers on elliptic curves
- 異なる言語の学習における一貫性を多言語テキスト分類問題に持たせる新しい手法
- 複素射影平面の連結和に対する種数関数の評価
- 非線形楕円型方程式の解の存在について
- 偏微分方程式の数値解に対し交互方向乗数法を用いた精度改善
- The Cauchy problem for semi-linear Klein-Gordon equations in FLRW Spacetimes
- 対称性の破れの下でのアレン・カーン型方程式と半線形クライン・ゴルドン方程式のコーシー問題
- 一様なパスポートを持つdessin d'enfantの正則性と自己同型群
- 粒子フィルタの粒子退化抑制のための繰り返しリサンプリングを用いた粒子選抜手法
- Ehrhart多項式のmagic positive性について
- 近似ヘッセ行列を用いた二つのSAV最適化手法の提案：パラメータ選択に対してロバストなSAVアルゴリズムおよび加速SAVアルゴリズム
- ド・ジッター時空における半線形拡散方程式の大域解の存在と非存在
- SAGBI基底の有限性と有限分配束から生起する部分代数について
- シフト付き歪対称系に対するNyström近似を用いたランダム化デフレーション前処理手法
- Fast Diffusion 方程式に対する非消滅性と零点集合の時間的集積
- AF環上のChoquet型非線形トレース
- C*-環における特異値関数
- 一般化超幾何方程式と標数≦7におけるdormant opers
- 微分方程式の時間発展数値予測に対するデータ駆動型低ランク残差モデルによる精度改善

卒業生の進路

	金融・保険	メーカー・その他	教員	公務員	進学	その他	計（修了、単位取得退学）
R３年度卒 修士	0	6	1	0	5	0	12
博士	0	0	1	0	0	2	3
R４年度卒 修士	0	6	3	1	2	0	12
博士	0	0	0	0	0	0	0
R５年度卒 修士	1	9	1	1	2	0	14
博士	0	1	0	0	0	1	2
R６年度卒 修士	0	6	0	0	3	0	9
博士	0	1	0	0	0	3	4
R７年度卒 修士	2	2	1	0	8	0	13
博士	0	0	0	0	0	2	2

修士卒業者の主な就職先

R３年度修士	●㈱デンソー ●ソニー㈱ ●㈱アイヴィス ●アイテック阪急阪神㈱ ●㈱科学情報システムズ ●Guangzhou KingMed Diagnostics Group ●学校法人奈良学園
R４年度修士	●東日本高速道路㈱ ●アイテック阪神阪急㈱ ●オムロンエキスパートリンク㈱ ●富士通㈱ ●ファナック㈱ ●㈱ALBERT ●学校法人海星女子学院 ●学校法人大阪夕陽丘学園 ●学校法人追手門学院
R５年度修士	●㈱みずほ銀行 ●本田技研工業㈱ ●全国労働者共済生活共同組合連合会 ●㈱コーエーテクモゲームス ●㈱日立製作所 ●アクセンチュア㈱ ●PwC Japan㈾ ●西大和学園中学校高等学校 ●滋賀県教育委員会
R６年度修士	●関西エアポート㈱ ●数研出版㈱ ●日本プロセス㈱ ●㈱AEVIC ●マツダ㈱ ●㈱とめ研究所
R７年度修士	●㈱かんぽ生命保険 ●パーソルAVCテクノロジー㈱ ●損保ジャパン㈱ ●楽天グループ㈱

博士号取得者の現在の主な勤務先

◆大学教員（大阪大学情報、大阪大学理、岡山大学教育、鹿児島大学学術、福岡教育大学、
岡山理科大学総合情報、早稲田大学教育、茨城大学理工、東邦大学理、甲南大学知能情報、日本大学理工）
◆大学研究員・非常勤など（大阪大学、東京大学、清華大学）
◆高専教員（新居浜工業高専）

大阪大学大学院情報科学研究科　情報基礎数学専攻
http://math.ist.osaka-u.ac.jp/
2026.04 発行